久留米大学
一般

数　　　　学 (全1の1)

次の $\boxed{}$ に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は，コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 座標平面上の２直線 $mx - y + 1 = 0$，$x + my - m - 2 = 0$ の交点をＰとする。ここで，m は実数とする。

(i) m の値が変化するとき，点Ｐが描く軌跡の方程式は $\boxed{①}$ である。ただし，点$(0, 1)$を含まない。

(ii) m の値が $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leqq m \leqq 1$ のとき，点Ｐが描く曲線の長さは $\boxed{②}$ である。

2. 正八面体について考える。(ii)～(iv)において，回転すると重なる並び方は同じとする。

(i) 頂点の数は $\boxed{③}$ 個ある。

(ii) 頂点に１，２，…と順に番号を付けていくとき，番号の付け方は $\boxed{④}$ 通りある。

(iii) ２つの面を赤に，残りの６つの面を白に塗るとき，塗り方は $\boxed{⑤}$ 通りある。

(iv) ３つの面を赤に，残りの５つの面を白に塗るとき，塗り方は $\boxed{⑥}$ 通りある。

3. 次の計算をしなさい。対数は自然対数とする。

$$\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{1+x}}\,dx = \boxed{⑦}, \quad \int_1^{\sqrt{3}} 2x\log(1+x^2)\,dx = \boxed{⑧}$$

4. 座標平面上で，関数 $f(x) = \sqrt{6-x}$ で表される曲線 $C : y = f(x)$ を考える。$4 \leqq t \leqq 5$ を満たす実数 t に対して，曲線 C 上の点$(t, f(t))$と$(t, 0)$，$(2, 0)$および$(2, f(t))$の４つの点を頂点とする四角形の面積を $S(t)$ とする。

(i) $S(t)$ を t を用いて表すと $\boxed{⑨}$ となる。

(ii) $S(t)$ は $t = \boxed{⑩}$ のとき最大値 $\boxed{⑪}$ をとり，$t = \boxed{⑫}$ のとき最小値 $\boxed{⑬}$ をとる。

(iii) 区間$[4, 5]$を n 等分してその端点と分点を小さい順に $t_0 = 4$，t_1，t_2，…，$t_n = 5$ とする。極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} S(t_k)$ の値を求めると $\boxed{⑭}$ となる。ただし，n は正の整数とする。

5. 数列$\{a_n\}$が $3(a_{n+1})^2 = (a_n)^3$ の関係を満たしているとする。ただし，a_n は正の実数で，n は正の整数とする。

(i) $\log a_n$ を n と a_1 を用いて表すと $\boxed{⑮}$ となる。

(ii) 数列$\{a_n\}$が収束するような a_1 の値の範囲は $\boxed{⑯}$ である。

6. 平面上に三角形△ABCと点Ｐがあり，$9\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$ を満たしている。三角形△PAB，△PBC，△PCA の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とするとき，面積比を求めると $S_1 : S_2 : S_3 = \boxed{⑰}$ となる。