

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 方程式 $(\log_3 x)^2 + (p-2)\log_3 x + p = 0$ が、ともに0より大きく、かつ、1より小さい異なる2つの実数解をもつとき、実数 p がとりうる値の範囲は である。

2. 次の関係を満たす関数を求めよ。ただし、 n は $n \geq 0$ である整数とする。
 - (i) $f_0(x) = \sin x$, $f_{n+1}(x) = \sin x + \int_0^x \frac{2t}{\pi^2} f_n(t) dt$ を満たす関数は $f_n(x) =$ である。
 - (ii) $f_0(x) = x + 1$, $x^2 f_{n+1}(x) = x^3 + \int_0^x t f_n(t) dt$ を満たす関数は $f_n(x) =$ である。

3. x, y は実数で、曲線 $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$ を ℓ とする。
 - (i) 曲線 ℓ 上の点で、 $x + y$ の値の最大値は である。
 - (ii) 座標平面上の第1象限において、曲線 ℓ 上の点を P とする。曲線 ℓ 上の点 P における接線と、 x 軸、 y 軸とで囲まれる三角形の面積の最小値は であり、このときの点 P の座標は である。

4. 整数 k に対して、曲線 $y = 4e^{-x}$ と x 軸、および直線 $x = k$ と $x = k + 1$ とで囲まれた図形の面積を S_k とする。同じく、この図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を V_k とする。このとき、 $S_k =$, $V_k =$ であり、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ は に、 $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ は に収束する。

5. $y = |2x - 1|$ のグラフと2点で接する半径3の円の中心座標は であり、2つの接点の座標は と である。

6. 2つの実数 a, b に対して、2次方程式 $x^2 - 4ax + 2b = 0$ および $x^2 - 4bx + 2a = 0$ のどちらも実数解をもたないとき、 $p = b - a$ がとりうる値の範囲は であり、 $q = b + a$ がとりうる値の範囲は である。

7. 三角形 $\triangle ABC$ の頂点の座標が $A(0, 1)$, $B(2, 3)$, $C(4, 1)$ であるとき、次の問いに答えよ。
 - (i) 辺 AB, AC の長さはそれぞれ、 $\overline{AB} =$, $\overline{AC} =$ である。
 - (ii) 三角形 $\triangle ABC$ の面積は である。
 - (iii) 角 $\angle BAC$ の角度は である。
 - (iv) 三角形 $\triangle ABC$ に外接する円の半径は である。

8. いずれも赤玉1個、白玉2個、黒玉3個、合計6個の玉が入っている袋が3つある。それぞれの袋から1個ずつ合わせて3個の玉を取り出す。このとき、3個すべてが黒玉である確率は , 黒玉の数が2個以上である確率は , 赤玉、白玉、黒玉の数がそれぞれ1個ずつである確率は である。また、黒玉の数の期待値は となる。