

平成 22 年 度

数 学

時間 90 分

問 題： 1 ページ

解答用紙： 1 枚

下書き用紙： 1 枚

- 注 意
1. この中には上記の物が入っている。試験開始後確認すること。
 2. 解答は解答用紙に記入のこと。
 3. 解答用紙のみ回収する。

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ かつ $\cos 2\theta = \sin 3\theta$ の関係式を満たすとき、 $\theta =$ ① であり、 $\sin \theta =$ ② となる。

2. 関数 $f(x) = \cos^2(2x - 3\pi)$ の周期は ③ であり、関数 $g(x) = \cos^3(3x + \pi)$ の周期は ④ である。

3. 実数 a, b に対して $a \star b$ を次のように定義するとき、

$$a^2 > 2b \text{ のとき } a \star b = 2a + 2b$$

$$a^2 \leq 2b \text{ のとき } a \star b = 2a^2$$

(a) $1 \star 3 =$ ⑤ となり、 $3 \star 1 =$ ⑥ となる。また、方程式 $(x-1) \star x = 0$ の解は $x =$ ⑦ である。

(b) 座標平面上で2つのグラフ $y = x \star 2$ と $y = 4x + k$ の交点が、1つであるための k の条件は ⑧、2つであるための k の条件は ⑨、3つであるための k の条件は ⑩ である。ただし、 k は実数とする。

4. x が実数であるとき、関数 $f(x) = 2x\sqrt{2-x^2}$ の定義域は ⑪ であり、 $f(x)$ は $x =$ ⑫ のとき最小値 ⑬ をとり、 $x =$ ⑭ のとき最大値 ⑮ をとる。座標平面上の $y = f(x)$ のグラフと x 軸とで囲まれる部分の面積は ⑯ であり、このグラフを y 軸の回りに回転させてできる立体の体積は ⑰ である。

5. 次の積分の値を求めると、

$$\int_1^3 \frac{\log_e x}{x^2} dx = \text{ ⑱}, \quad \int_1^3 \frac{\log_e x}{x^3} dx = \text{ ㉑}, \quad \int_4^5 \frac{3x-7}{x^3-6x^2+11x-6} dx = \text{ ㉒}$$

6. $\cos \theta + i \sin \theta$ が方程式 $x^3 - 2x^2 + ax - 3 = 0$ の解の1つであるとき、 $a =$ ㉓、 $\theta =$ ㉔ である。このとき、方程式の3つの解は ㉕、 ㉖ と、 ㉗ となる。ただし、 i は虚数単位であり、 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。

7. 男4人で120日かかる仕事を、女6人ですると100日かかるものとする。この仕事を男2人と女3人ですると ㉘ 日かかる。また、この仕事を40日は男3人でやり、残りを男2人と女5人ですると、最初の取りかかりから終了まで ㉙ 日かかる。なお、男女それぞれにおいて、1日の仕事量に個人差はなく、総仕事量は単純に加算されるものとする。

8. サイコロをふって、出た目が偶数であれば2点加算され、奇数であれば1点差し引かれるゲームを考える。持ち点0から始めたとき、3回目、5回目のゲームを終えた時点で持ち点が0以上である確率は、それぞれ ㉚、 ㉛ である。また、9回目を終えた時点での持ち点の期待値は ㉜ である。

時間 90分

数 学 採点欄()

1	①		②			
2	③		④			
3	⑤		⑥		⑦	
	⑧		⑨		⑩	
4	⑪		⑫		⑬	
	⑭		⑮		⑯	
	⑰					
5	⑱		⑲		⑳	
6	㉑		㉒		㉓	
	㉔		㉕			
7	㉖		㉗			
8	㉘		㉙		㉚	