

平成 21 年 度

数 学

時間 90 分

問 題： 1 ページ

解答用紙： 1 枚

下書き用紙： 1 枚

- 注 意
1. この中には上記の物が入っている。試験開始後確認すること。
 2. 解答は解答用紙に記入のこと。
 3. 解答用紙のみ回収する。

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. A, Bの2人が、次のルールに従って2枚のコインを投げる。共に表の場合は次回も同じ人が投げ、それ以外の場合は交代する。1回目はAが投げ、 n 回目にAが投げる確率を P_n とする。 P_{n+1} を P_n の式で表すと ① となる。また、 P_n を n を用いて表すと $P_n =$ ② となり、 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n =$ ③ である。
2. 実数 x, y が $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$, $0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1$ を満たす。 $x + y$ の値は、 $(x, y) =$ ④ のとき最小値 ⑤ をとり、 $(x, y) =$ ⑥ のとき最大値 ⑦ をとる。
3. a を0でない実数とすると、曲線 $y = e^{ax}$ と $y = 2e^{-ax}$ の交点座標は(⑧, ⑨)である。また、この2つの曲線と y 軸とで囲まれる部分の面積 S は、 $a > 0$ のとき $S =$ ⑩, $a < 0$ のとき $S =$ ⑪ である。 $a > 0$ のとき、この部分を x 軸の周りに回転させてできる立体の体積 V は、 $V =$ ⑫ となる。
4. $\angle A = 30^\circ$, $AB = 10$, $AC = 6$ である三角形ABCを考える。辺ABを $t : 1 - t$ で内分する点をP, 辺BCを $t^2 : 1 - t^2$ で内分する点をQ, 辺CAを $t : 1 - t$ で内分する点をRとしたとき、三角形PQRの面積 S は t を用いて $S =$ ⑬ と表され、 $t =$ ⑭ のとき最小値 $S =$ ⑮ をとる。ただし、 $0 \leq t \leq 1$ とする。
5. $\{a_n\}$ が初項1, 公比 r ($0 < r < 1$)の無限等比数列, $\{b_n\}$ が初項1, 公差 d の無限等差数列であるとき、無限等比級数 $S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ を r と d を用いて表すと、 $S =$ ⑯ となる。また、 $S = 9$ であるとき、 d は r を用いて $d =$ ⑰ と表され、 $r =$ ⑱ において最小値 $d =$ ⑲ をとる。
6. 1, 2, 3, 4, 5, 6の数から異なる3つの数字を選んで3桁の整数を作る。作ることができる3桁の整数すべての和を求めると ⑳ となる。また、345より小さい整数の個数は ㉑ 個で、そのうち ㉒ 個は5の倍数である。
7. A地点から8 km離れたB地点に向かって甲が時速 u kmで出発し、その10分後に同じくA地点からB地点に向かって乙が時速 v kmで出発した。乙が出発して20分後に甲を追い越し、B地点に到着して直ちにA地点に向かって引き返すと、甲を追い越して30分後に再び甲に出会った。このとき、 $u =$ ㉓ km/時、 $v =$ ㉔ km/時である。