

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 2次関数 $y = x^2 + ax + b$ が直線 $y = 2x$ および $y = -x + 3$ と接するとき $a =$ ① , $b =$ ② であり, 直線 $y = 2x$ との接点の x 座標は $x =$ ③ , 直線 $y = -x + 3$ との接点の x 座標は $x =$ ④ である。

2. 2つの円 $x^2 + y^2 = 1$ と $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = r$ が2点で交わるために r が満たすべき条件は ⑤ であり, 2つの交点を通る直線の式は $y =$ ⑥ となる。

3. 実数を係数とする方程式 $x^4 + x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ が $x = -2$ および $x = 2 + \sqrt{3}i$ を解として持つとき, $a =$ ⑦ , $b =$ ⑧ , $c =$ ⑨ であり, 残る2つの解は $x =$ ⑩ と $x =$ ⑪ である。

4. $\angle ABC = \angle ACB = \alpha$ であるような二等辺三角形 ABC を考える。この三角形の外接円の半径を R , 内接円の半径を r としたとき, $\frac{r}{R} =$ ⑫ であり, この値は $\alpha =$ ⑬ のとき最大値 ⑭ をとる。

5. $x^2 + y^2 = 4$ であるとき, $\sqrt{3}x + y$ の値は $x =$ ⑮ のとき0となり, $x =$ ⑯ のとき最大値 ⑰ , $x =$ ⑱ のとき最小値 ⑲ をとる。

6. 曲線 $y = 6x \cos 2x$ と $y = 6x \sin x$ の交点の座標は (⑳ , ㉑) および (㉒ , ㉓) であり, この2つの曲線で囲まれた部分の面積は ㉔ である。ただし, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

7. $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^n x + \cos^n x) dx$ において, n は0以上の整数で偶数である。このとき, $I_0 =$ ㉕ であり, I_n を I_{n-2} を用いて表すと $I_n =$ ㉖ I_{n-2} となる。

8. A と B の2個のさいころを同時に振って出た目の数をそれぞれ a, b とし, 次の規則にしたがって原点を出発点として移動することを考える。

(i) $x - y$ 平面上を, a が偶数のときには x 軸の正方向に, 奇数のときには負の方向に a だけ進む。 b が奇数のときには y 軸の正方向に, 偶数のときには負の方向に b だけ進む。

(a) 2個のさいころを同時に1回振ったとき, 座標 (x, y) に移動したとする。 $y < x$ となる確率は ㉗ 。

(b) 2個のさいころを同時に振ることを2回行った結果, 座標 $(3, 3)$ に移動する確率は ㉘ 。

(ii) x, y, z 軸で表される空間で, (i)の規則に加えて, $a - b$ だけ z 方向に進むとする。

(a) 2個のさいころを同時に1回振ったとき, 座標 (x, y, z) に移動したとする。 $z < y < x$ となる確率は ㉙ 。

(b) 2個のさいころを同時に振ることを2回行った結果, 座標 $(3, 3, -2)$ に移動する確率は ㉚ 。