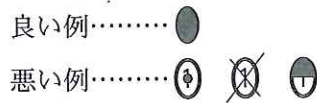


杏林大学 一般  
平成 24 年度入学試験問題

数 学

I 注 意 事 項

1. 指示があるまで、この冊子の中を見てはいけません。
2. 設問は I から IV まであります。
3. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので、正確に記入しなさい。
  - ① 氏名欄……………氏名を記入しなさい。
  - ② 受験番号欄……………受験番号(6桁の数字)を記入し、受験番号をマーク欄に必ずマークしなさい。
4. マークにはHBの鉛筆を使用し、次の例のように、濃く正しくマークしなさい。



5. 正確にマークされていない場合、採点できないことがあります。
6. 答えを修正する場合は必ず「プラスチック製消しゴム」で完全に消し、消しくずを解答用紙上に残してはいけません。
7. 中途退場は認めません。
8. 試験中に質問がある場合は、手をあげて申し出なさい。
9. この冊子の余白を計算に用いてかまいません。
10. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、冊子を開いてはいけません。

問題は次のページから始まります。

I カ , キ の解答はそれぞれの解答群の中から最も適当なものを1つずつ選べ.

袋の中に、1から13までの数字が書かれたカードが1枚ずつ入っている. この袋から3枚のカードを同時に取り出して、カードに書かれた数字を小さい方から順に  $x, y, z$  と定め、カードを袋に戻すという操作を行う. このような操作によって取りうるすべての整数の組  $(x, y, z)$  を、重複なく集めてできる集合

$$U = \{(x, y, z) \mid x, y, z \text{ はカードを取り出して定められる数}\}$$

を全体集合と定める. また、集合  $U$  の部分集合  $P, Q$  をそれぞれ

$$P = \{(x, y, z) \mid z > x + y, (x, y, z) \in U\},$$

$$Q = \{(x, y, z) \mid z < x + y, (x, y, z) \in U\}$$

とする.

(a) 集合  $U$  の要素の個数は アイウ である. また、 $\bar{P} \cap \bar{Q}$  に含まれる要素の個数は エオ である.

(b) 集合  $U$  の要素  $(x, y, z)$  を

$$\begin{cases} x' = z - y \\ y' = z - x \\ z' = z \end{cases}$$

で表わされる  $(x', y', z')$  に移す変換を  $f$  とする. このとき、集合  $P$  の要素  $p$  の変換  $f$  による像  $p'$  は  $p'$  カ を満たし、 $p'$  の変換  $f$  による像  $p''$  は  $p''$  キ となる.

また、集合  $Q$  の要素の個数は クケコ である.

カ の解答群

- |                 |                              |                 |
|-----------------|------------------------------|-----------------|
| ① $\in P$       | ② $\in Q$                    | ③ $\in \bar{P}$ |
| ④ $\in \bar{Q}$ | ⑤ $\in \bar{P} \cap \bar{Q}$ | ⑥ $\notin U$    |

キ の解答群

- |              |                 |                 |                              |
|--------------|-----------------|-----------------|------------------------------|
| ① $\in Q$    | ② $\in \bar{P}$ | ③ $\in \bar{Q}$ | ④ $\in \bar{P} \cap \bar{Q}$ |
| ⑤ $\notin U$ | ⑥ $= p$         | ⑦ $= p'$        |                              |

(c) 3辺の長さがそれぞれ  $x, y, z$  である直角三角形を作ることができる  $(x, y, z)$  の組は サ 通りある. また、 $z = 13$  の場合、3辺の長さが  $x, y, z$  である鋭角三角形を作ることができる  $(x, y, z)$  の組は シス 通りである.

II タ の解答は解答群の中から最も適当なものを1つ選べ.

一辺の長さが2である正五角形 OABCD において、 $\vec{a} = \frac{1}{2} \vec{OA}$ ,  $\vec{d} = \frac{1}{2} \vec{OD}$ ,  $k = |\vec{DA}|$  とする.

(a)  $\vec{OB} = \vec{OD} + \vec{DB}$  と  $|\vec{DB}| = k$  より,

$$\vec{OB} = k\vec{a} + \text{ア} \vec{d}$$

が成り立つ. また,

$$\vec{OC} = \text{イ} \vec{a} + k\vec{d}$$

と表せる.

(b)  $|\vec{OB}| = k$  より,

$$k = \text{ウ} + \sqrt{\text{エ}}, \quad \vec{a} \cdot \vec{d} = \frac{\text{オ} - \sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$$

となる.

また, 直線 OA と直線 BC の交点を E とすると,

$$\vec{OE} = \left( \text{ク} + \sqrt{\text{ケ}} \right) \vec{a}$$

であり, 点 E は線分 BC を 2 :  $\text{コ} + \sqrt{\text{サ}}$  に外分する.

(c) 正五角形 OABCD の内接円の半径を  $\alpha$  とすると,

$$\alpha^2 = \text{シ} + \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \sqrt{\text{ソ}}$$

である. 点 O を極とし, 半直線  $t\vec{OA}$  ( $t \geq 0$ ) を始線としたとき, 極座標  $(r, \theta)$  を用いて直線 AD の極方程式は  $r = \text{タ}$  と表わされる.

タ の解答群

- |  |   |   |
|--|---|---|
| ① $2 \cos \theta + \frac{2}{\alpha} \sin \theta$ | ② $2 \cos \theta - \frac{2}{\alpha} \sin \theta$      | ③ $2 \cos \theta + 2 \alpha \sin \theta$              |
| ④ $2 \cos \theta - 2 \alpha \sin \theta$         | ⑤ $\frac{2 \alpha}{\alpha \cos \theta + \sin \theta}$ | ⑥ $\frac{2 \alpha}{\alpha \cos \theta - \sin \theta}$ |
| ⑦ $\frac{2}{\cos \theta + \alpha \sin \theta}$   | ⑧ $\frac{2}{\cos \theta - \alpha \sin \theta}$        |   |

Ⅲ  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$  を満たす  $\theta$  と正の実数  $p$  に対して,  $a_1 = \log_4(p \sin \theta)$ ,  $a_2 = \log_4(\sin 2\theta)$ ,  $a_3 = \log_4(\sin 3\theta)$  とする.

(a)  $a_1 = a_2 = a_3$  となるのは,

$$p = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \theta = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi$$

のときである.

(b) 3つの数  $a_1, a_2, a_3$  がこの順に等差数列をなしているとする. このとき,

$$p > \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる.  $p$  をこの範囲で変化させたとき,  $a_2 + a_3$  が最大となるのは,

$$\cos^2 \theta = \frac{\boxed{\text{クケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサシ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

のときである.

(c)  $p = 2$  で,  $a_1, a_2, a_3$  がこの順に等差数列をなしているとき, この数列の初項  $a_1$  および

公差  $d$  は

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \quad d = \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である. この初項と公差を持つ等差数列  $\{a_k\}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) に対して, 極限值

$$\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n 2^{2a_k}$$

を定義すると,  $\alpha$  は 2 次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{ヌ}} x - \boxed{\text{ネ}} = 0$$

の解となっている.

IV 座標平面上の点  $P(x, y)$  が  $t \geq 0$  に対して

$$x = 1 - e^{-3t}, \quad y = 8 - 3t - 8e^{-3t}$$

で表されるとき、以下の問いに答えよ。

(a)  $t \rightarrow \infty$  のとき  $x$  の極限值は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x = \boxed{\text{ア}}$$

であり、 $t = 0$  のとき

$$\frac{dy}{dt} = \boxed{\text{イウ}}$$

となる。また、任意の  $t$  に対して

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \boxed{\text{エ}} \frac{dx}{dt} = \boxed{\text{オ}},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \boxed{\text{カ}} \frac{dy}{dt} = \boxed{\text{キク}}$$

が成り立つ。

(b)  $\frac{dy}{dx} = 0$  となる  $t$  の値を  $\alpha$  とすると、 $e^\alpha = \boxed{\text{ケ}}$  となる。このときの  $x$  の値を  $\beta$  とする

と、 $\beta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  であり、 $y$  の値は  $\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}} \alpha$  である。

(c)  $0 \leq t \leq \alpha$  に対して点  $P$  の描く曲線と、直線  $x = \beta$  および  $x$  軸で囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \alpha \text{ となる。}$$

## II 解答上の注意

- 1 問題の文中の  ,  などには、特に指示がないかぎり、数字(0~9)、または負の符号(-)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1  に-8と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- 2 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。負の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例2  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$  として

ウ	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
オ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- 3 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、  $\sqrt{\text{$ },  $\frac{\sqrt{\text{$ }}{\text{},   $\sqrt{\text{$  に  $2\sqrt{2}$ ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ,  $6\sqrt{2}$  と  
答えるところを、 $1\sqrt{8}$ ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ,  $3\sqrt{8}$  のように答えてはいけません。