

平成 23 年度入学試験問題

数学

I 注意事項

1. 指示があるまで、この冊子の中を見てはいけません。
2. 設問は I から IV まであります。
3. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので、正確に記入しなさい。
 - ① 氏名欄……………氏名を記入しなさい。
 - ② 受験番号欄……………受験番号(6 衞の数字)を記入し、受験番号をマーク欄に必ずマークしなさい。
4. マークには HB の鉛筆を使用し、次の例のように、濃く正しくマークしなさい。

良い例……… ●

悪い例……… ○ ✕ ○

5. 正確にマークされていない場合、採点できないことがあります。
6. 答えを修正する場合は必ず「プラスチック製消しゴム」で完全に消し、消しきずを解答用紙上に残してはいけません。
7. 中途退場は認めません。
8. 試験中に質問がある場合は、手をあげて申し出なさい。
9. この冊子の余白を計算に用いてかまいません。
10. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、冊子を開いてはいけません。

杏林大学 2011年度(平成23年度)入試問題 正誤表

◆外国語学部

入試区分	試験日	科目①	科目②	頁	問題	訂正箇所
一般 B日程	H23.2.12	必須科目	英語	p6	III 4行目	誤 ...What is your background? 正 ...What is your <u>background</u> ?

◆総合政策学部

入試区分	試験日	科目①	科目②	頁	問題	訂正箇所
一般 B日程	H23.2.12	必須科目	英語	p6	III 4行目	誤 ...What is your background? 正 ...What is your <u>background</u> ?

◆保健学部

入試区分	試験日	科目①	科目②	頁	問題	訂正箇所
一般	H23.2.6	選択科目	数学	p10	I (1)	誤 6月生まれの... 正 ある年6月生まれの...
一般	H23.2.7	必須科目	英語	p7	III 問4	⑧削除 (④と⑧)が同じ the のため)

◆医学部

入試区分	試験日	科目①	科目②	頁	問題	訂正箇所
一般 [一次]	H23.1.21	必須科目	英語	p7	II (イ)	誤 Japanese 正 the Japanese
		数学		p2	I 下から4行目	誤 $\angle AOB$ の... 正 三角形OABにおいて、 $\angle AOB$ の...
				p5	IV 下から4行目	誤 二つの曲線よって... 正 二つの曲線によつて...
		選択科目	物理	p15	I (2) 上から5行目	誤 ...水面までの高さが... 正 ...水面までの距離が...
				p15	I (2) 上から6行目	誤 ...斜面からの高さは... 正 ...斜面からの距離は...
				p17	II (3)	誤 ...単スクリーンの位置を... 正 ...単スリットの位置を...
		化学		p33	IV 問7	誤 $\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2} \times 10^{-1}$ min 正 $\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2} \times 10^1$ min マイナス記号が不要

問題は次のページから始まります。

I 平面上に3点O, A, Bがあり, $|\vec{OA}|=2$, $|\vec{OB}|=3$, $\vec{OA} \cdot \vec{OB}=2$ とする.

$|\vec{AB}|=\boxed{\text{ア}}$ である. 直線AB上に, $\vec{AB} \cdot \vec{OC}=0$ となる点Cを取ると,

$$\vec{OC} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \vec{OB}, |\vec{OC}| = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

となる.

$\angle AOB$ の二等分線と線分ABの交点をDとすると,

$$\vec{OD} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{OB}, |\vec{OD}| = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である.

$\angle AOB$ の二等分線と $\angle OAB$ の外角の二等分線の交点をEとすると,

$$\vec{OE} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \vec{OD}$$

となる.

また, 点Eを中心とし, 線分ABに接する円の半径は $\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である.

II (1) 1次変換 f, g を表す行列を, それぞれ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ とする.

A, B の逆行列 A^{-1}, B^{-1} は,

$$A^{-1} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{イ}} & \boxed{\text{ウ}} \\ \boxed{\text{エ}} & \boxed{\text{オカ}} \end{pmatrix}, \quad B^{-1} = \frac{1}{\boxed{\text{キ}}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{ク}} & \boxed{\text{ケコ}} \\ \boxed{\text{サ}} & \boxed{\text{シ}} \end{pmatrix}$$

となる.

点(1, 1)は合成変換 $f \circ g$ によって点($\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$)に移動する. また, 合成変換 $f^{-1} \circ g$ による点(1, α)の像と, 合成変換 $f \circ g^{-1}$ による点(α , β)の像が一致するとき, $\alpha = \boxed{\text{ソタ}}$, $\beta = \boxed{\text{チ}}$ となる. ここで, f^{-1}, g^{-1} はそれぞれ f, g の逆変換を表す.

(2) $C = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} & 1 \\ -1 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ とすると,

$$C^8 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ツテ}} \\ \boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} \end{pmatrix}$$

となる.

III $f(x) = 2x^2 - 1$ として、以下の問い合わせに答えよ。

(a) 2つの条件

$$\left. \begin{array}{l} f(f(f(\cos \theta))) = \cos \theta \\ f(\cos \theta) \neq \cos \theta \end{array} \right\} \dots\dots (*)$$

を同時に満たす正の θ のうち、最小のものを α 、2番目に小さいものを β とすると、

$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$, $\beta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi$ である。また、(*)を満たす正の θ のうち、3番目あるいは4番目に小さいものは $\boxed{\text{オ}} \alpha$ や $\boxed{\text{カ}} \beta$ 、5番目あるいは6番目に小さいものは $\boxed{\text{キ}} \alpha$ や $\boxed{\text{ク}} \beta$ と表すことができる。

(b) x の多項式 $f(f(f(x))) - x$ は、 $f(f(f(x))) - x = (f(x) - x)g(x)h(x)$ と表せる。

ただし、

$$\begin{aligned} g(x) &= \boxed{\text{ケ}} x^3 - \boxed{\text{コ}} x + \boxed{\text{サ}}, \\ h(x) &= 8x^3 + \boxed{\text{シ}} x^2 - 4x - \boxed{\text{ス}} \end{aligned}$$

である。

(c) $g(\cos \theta) = 0$ を満たす θ に対して、 $\cos 3\theta = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ が成立する。

また、 $h(\cos \beta) = \boxed{\text{チ}}$ となる。

(d) α, β に対し、次式が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\cos(\boxed{\text{オ}} \alpha)} + \frac{1}{\cos(\boxed{\text{キ}} \alpha)} &= \boxed{\text{ツ}}, \\ \cos \beta + \cos(\boxed{\text{カ}} \beta) + \cos(\boxed{\text{ク}} \beta) &= \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \end{aligned}$$

IV 区間 $0 \leq x \leq \pi$ において、二つの曲線 $y = \sin x$, $y = \sin 2x$ を考える。

$x = 0$ と $x = \pi$ の点を除く、二つの曲線の交点の座標を (α, β) とすると、

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi, \quad \beta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

二つの曲線の差 $\sin x - \sin 2x$ が極小となる x の値を x_1 、極大となる x の値を x_2 とすると、

$$\cos x_1 = \frac{\boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \cos x_1 \cos x_2 = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

が成り立つ。

二つの曲線よって囲まれる図形の面積は、 $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。また、この図形の $\alpha \leq x \leq \pi$ の

部分を、直線 $y = -1$ のまわりに回転させてできる立体の体積は、

$$\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} + \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツテ}}} \right) \pi$$

である。