(K—38—M)

平成20年度入学試験問題

数　　学

I　注　意　事　項

1. 指示があるまで，この冊子の中を見てはいけません。
2. 設問はⅠからⅣまであります。
3. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので，正確に記入しなさい。
   ①　氏名欄……………………氏名を記入しなさい。
   ②　受験番号欄………………受験番号（4桁の数字）を記入し，受験番号をマーク欄にマークしなさい。
4. マークにはＨＢの鉛筆を使用し，次の例のように，濃く正しくマークしなさい。

良い例………

悪い例………

5. 正確にマークされていない場合，採点できないことがあります。
6. 答えを修正する場合は必ず「プラスチック製消しゴム」で完全に消し，消しくずを解答用紙上に残してはいけません。
7. 中途退場は認めません。
8. 試験中に質問がある場合は，手をあげて申し出なさい。
9. この冊子の余白を計算に用いてかまいません。
10. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。

II　解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，冊子を開いてはいけません。

I　座標平面上に原点を中心とする半径 1 の円 C_1 と，$(4\sqrt{3},\ 6)$を中心とし，

$$x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$$

で表される円 C_2 がある．このとき

$a = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$b = \boxed{\text{ウエ}}$ であり，$c < \boxed{\text{オカ}}$ が成り立つ．

C_1 と C_2 が共有点を持つとき，

$$\boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}} - \boxed{\text{サ}} \leqq c \leqq \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}} - \boxed{\text{ソ}}$$

が成り立つ．

C_2 の半径が 2 のとき，C_1 と C_2 の共通接線のなかで，傾きが最大の共通接線 l の方程式は $y = \sqrt{\boxed{\text{タ}}}\,x - \boxed{\text{チ}}$ であり，l と C_2 の接点は$\left(\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}},\ \boxed{\text{ト}}\right)$ である．

また，傾きが最小の共通接線と l の交点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}},\ \boxed{\text{ネ}}\right)$$

である．

Ⅱ

(1)

$$a = 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}}}}$$

のとき,

$$\log_8 a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエオ}}}$$

となる.

(2) $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答は下の解答群から一つずつ選べ.

空間に異なる2つの定点A$(\vec{a})$, B$(\vec{b})$と動点P$(\vec{p})$がある. Pが$(\vec{p}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}-\vec{b}|^2$を満たしながら動くとき, Pが描く図形$F_1$は $\boxed{\text{カ}}$ である. Pが$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$を満たしながら動くとき, Pが描く図形$F_2$は $\boxed{\text{キ}}$ である. F_1とF_2の共有点の図形は $\boxed{\text{ク}}$ となる.

$\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群

① 点　② 直　線　③ 平　面　④ 円　⑤ 球　面

⑥ 放物線　⑦ 双曲線　⑧ 楕　円　⑨ ①～⑧以外の図形

(3) (a) $y=\sin x+\cos x$のグラフは$y=\sin x$のグラフをy方向に$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$倍し, x方向に$\alpha=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$平行移動すると得られる. ただし, $0\leqq\alpha<2\pi$とする.

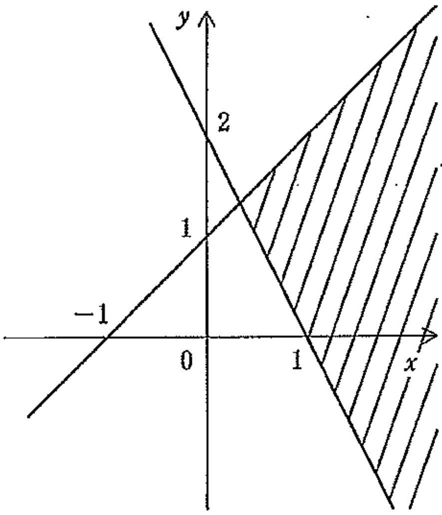
(b) $\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$のとき,

$$\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

となる.

(4) $\boxed{\text{セ}}$ の解答は下の解答群から一つ選べ．

図の斜線部分が表す領域を A とする．ただし，境界線は A に含まれない．点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が領域 A 内の点であることは，$(x-y+1)(2x+y-2)>0$ であるための $\boxed{\text{セ}}$ である．



$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

① 必要条件　② 十分条件　③ 必要十分条件　④ ①～③のいずれでもない

Ⅲ (1) 次の循環小数を分数で表せ.

$$0.\dot{1}\dot{2} \times 0.\dot{2}\dot{7} = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウエ}}$$

$$(0.\dot{0}3\dot{7})^{0.\dot{6}} = \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$$

(2) $$a_1 = 2,\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2\ (n = 1,\ 2,\ 3 \cdots\cdots)$$

で定義される数列の8番目の項は $a_8 = \frac{\boxed{キクケ}}{\boxed{コサ}}$ であり，最初の8項の和は $\frac{\boxed{シスセソ}}{\boxed{タチ}}$ である．また，

$$\lim_{n \to \infty} a_n = \boxed{ツ}$$

となる．

(3) 無限等比級数

$$1 + \frac{(x-1)(x-3)}{2} + \left(\frac{(x-1)(x-3)}{2}\right)^2 + \left(\frac{(x-1)(x-3)}{2}\right)^3 + \cdots\cdots + \left(\frac{(x-1)(x-3)}{2}\right)^{n-1} + \cdots\cdots$$

が収束するような x の範囲は $\boxed{テ} - \sqrt{\boxed{ト}} < x < \boxed{ナ} + \sqrt{\boxed{ニ}}$ である．この無限等比級数が収束するとき，その和の最小値は $\frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ となる．また，和の最小値を与える x は $\boxed{ノ}$ である．

Ⅳ　座標平面上で

$$9x^2 - 54x + 4y^2 + 45 = 0 \quad \cdots\cdots①$$

で表される楕円 C がある．①を x について解くと，C は

$$x = \boxed{\text{ア}} - \frac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}} - y^2}}{\boxed{\text{エ}}} \quad \cdots\cdots②$$

$$x = \boxed{\text{オ}} + \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}} - y^2}}{\boxed{\text{ク}}} \quad \cdots\cdots③$$

という2曲線で表される．x 軸に平行な C の2つの接線を l_1，l_2 とする．曲線②，l_1，l_2 および y 軸で囲まれた部分を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積は，$\boxed{\text{ケコサ}}\pi^2 + \boxed{\text{シス}}\pi$ となり，曲線③，l_1，l_2 および y 軸で囲まれた部分を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積は，$\boxed{\text{セソ}}\pi^2 + \boxed{\text{タチ}}\pi$ となる．C を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積は，$\boxed{\text{ツテ}}\pi^2$ である．さらに，$x^2 - 6x + y^2 + 8 = 0$ で表される円と C によって囲まれた部分を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積は，$\boxed{\text{トナ}}\pi^2$ となる．