自治医科大学

入 学 試 験 問 題（1次）

数　　学

平成27年1月26日　　　9時00分—10時20分

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2　この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用せよ。

4　解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。

5　解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6　解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7　この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式$x^4 + ax^3 + bx^2 - 25x - 132$が，整式$x^2 + x - 12$で割り切れるとき，$a + b$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

2 $\log_2 a + \log_2 b = 1$，$\log_c a + \log_c b = 3$（a，b，cは正の実数，$c \neq 1$）がともに成立しているとき，$2\log_c(a + b)$の最小値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

3 関数$f(x) = 9^x + 9^{-x} - \dfrac{20}{9}(3^{1-x} + 3^{1+x})$（$x$は正の実数）は，$x = a$のとき最小値をとる。$a$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

4 $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ のとき，$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}\right)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 a，bは整数とする$(ab \neq 0)$。$\dfrac{2}{a} + \dfrac{3}{b} = 1$を満たす$(a,\ b)$は，何組あるか。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 2つの放物線C1：$y = x^2$，C2：$y = x^2 - ax + a + \dfrac{a^3}{2}$（$a$は正の実数）について考える。直線LはC1，C2にそれぞれ点A，Bで接する。点A，Bのx座標をそれぞれp，qとしたとき，$p + q - a^2$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7 四角形ABCDは，円に内接する。各辺は，それぞれ，$AB = 2$，$BC = 3$，$CD = 4$，$DA = 5$であるとする。四角形ABCDの面積をSとするとき，

$\dfrac{S}{\sqrt{30}}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 2つの点A$(1, -2, 3)$，B$(3, 2, 2)$とxy平面上を動く点Pについて考える。線分APの長さと線分PBの長さの和の最小値をmとしたとき，

$\dfrac{m}{\sqrt{5}}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 円C：$x^2 + y^2 = 20$と円Cの外部に存在する点R$(8, a)$（aは負の実数）について考える。点Rを通り円Cに接する直線は2つ存在する。この2つの直線が円Cと接する点をP，Qとする（点P，Qのx座標をそれぞれp，qとする）。$\angle PRQ = 60^\circ$となるとき，$|a + p + q|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 楕円 C：$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ と直線 L：$x-2y+10=0$ について考える。楕円 C 上の点 P から直線 L に下ろした垂線と直線 L の交点を Q とする。線分 PQ の最大値を M，最小値を m とするとき，$\dfrac{M}{m}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 第 10 項が 29，第 15 項が 19 である等差数列について考える。初項からの和の最大値を M としたとき，$\dfrac{M}{72}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 数列$\{a_n\}$は，$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{1}{3}a_n+4$ を満たしている。
$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$ とするとき，$\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{n}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 $x-6$，x，yがこの順で等比数列であり，$x-9$，x，$y-x$がこの順で等差数列であるとする($x>6$，$y>0$，x，yは実数)。$\dfrac{3y}{x}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 1辺の長さが$\sqrt{15}$である正四面体OABCについて考える。辺OAを1：3に内分する点をM，辺BCを3：5に内分する点をNとする。
$|\overrightarrow{\mathrm{MN}}|=m$としたとき，$\dfrac{64m^2}{185}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 $|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-\vec{b}|=3\sqrt{5}$であるとする。$|\vec{a}+t\vec{b}|$は($t$は実数)，$t=c$のとき，最小値$m$をとる。$\dfrac{mc}{3}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 △ABCについて考える。点Pは，$6\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{BP}+2\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ を満たすものとする。△ABCの面積をS_1，△PBCの面積をS_2としたとき，$\dfrac{11S_2}{S_1}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 赤い玉が3個，白い玉が6個入っている袋から，玉を1個ずつ取り出すこととする。赤い玉を3個取り出したら終了とする。玉を6個取り出したときに終了する確率をpとする。$42p$の値を求めよ。ただし，取り出した玉は袋にもどさないものとする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 $x+y+z=n$（x，y，z，nは0以上の整数）を満たす(x, y, z)の組の数を$f(n)$で与えることとする。$f(n)>185$となるような最小のnをaとするとき，$\dfrac{a}{2}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19　円C1：$x^2+y^2=a^2$（aは正の実数）のとき，円C1とx軸との交点をA$(-a,\ 0)$，B$(a,\ 0)$とする。円C2は点Aを中心とする円であり，円C1上の点P（Pのy座標は正の実数とする）で円C1と交わることとする。線分ABと円C2の交点をQとしたとき，線分PQの長さの最大値をMとする。
$\dfrac{3\sqrt{6}M}{2a}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

20　$\lim_{n \to \infty}\{\sqrt{(n+2)(n+3)}-\sqrt{(n-2)(n-3)}\}=a$とする。
極限値aを求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

21　関数$f(t)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x-t\cos x)^2dx$は，$t=a$（$a$は正の実数）で最小値をとるものとする。$a$を超えない最大の整数の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

22 関数$f(x)=\dfrac{2ax}{x^2-ax+1}$($|a|<2$，$a$は実数)の最大値が2となるとき，$a$のとる値は，$p$と$q$の2つ存在する。$|p-q|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 3次方程式$x^3+bx^2+cx+d=0$ (b，c，dは実数)は，すべて異なる3つの実数解α，β，γ($\alpha<\beta<\gamma$)をもつとする。$\alpha+\beta+\gamma=3$，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=9$，$\alpha\beta\gamma=k$であるとき，$k$のとりうる値の範囲は，$-p<k<0$ (pは正の実数)となる。pの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 定積分 $\dfrac{35}{2}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x\, dx$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 関数 $f(x)$ は，等式 $f(x) = 3x^2\displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\,dt + x\int_0^1 \{f'(t)\}^2\,dt + \int_0^1 f(t)\,dt$ を満たす。$f(0) - \dfrac{1}{4}$ の値を求めよ。$\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt \neq 0$ とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9