平成20年度金沢医科大学医学部入学試験問題
一般入学試験（数 学）

$\boxed{1}$ (1) 三つの数列 a_n, b_n, c_n が任意の $n=1, 2, 3, \cdots$ に対して，$a_n+b_n+c_n=1$ を満たしていて，$a_1=1$, $b_1=c_1=0$ とする。また，a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1} は a_n, b_n, c_n により

$$a_{n+1}=\frac{1}{2}(b_n+c_n),\quad b_{n+1}=\frac{1}{2}(a_n+c_n),\quad c_{n+1}=\frac{1}{2}(a_n+b_n)$$

と表されている。このとき，a_n は

$$a_n=\frac{1}{\boxed{ア}}\left(1-\left(-\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\right)^{n-2}\right)$$

となる。さらに，b_n は

$$b_n=\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}+\frac{1}{\boxed{カ}}\left(-\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\right)^{n-2}$$

となる。

(2) 一辺の長さが6の正四面体OABCがある。いま，線分OAの中点をLとし，線分OBを1 : 5に内分する点をM，線分OCを1 : 7に内分する点をNとする。また，直線LMと直線ABの交点をP，直線MNと直線BCの交点をQ，直線NLと直線CAの交点をRとする。

このとき，AP : ABをもっとも簡単な整数の比として表せば，$\boxed{ケ}$: $\boxed{コ}$ となる。同様に，BQ : BC = $\boxed{サ}$: $\boxed{シ}$，CR : AC = $\boxed{ス}$: $\boxed{セ}$ である。これらのことより，$\angle$PRQ = $\boxed{ソタチ}$° である。

(3) $0° \leqq x,\ y < 360°$ の範囲で，連立方程式

$$\begin{cases}\cos x+3\sin y=2\sqrt{3}\\ \sin x+3\cos y=2\end{cases}$$

を満たす x の値は $\boxed{ツテ}$° であり，y の値は $\boxed{トナ}$° である。

(4) 原点Oを中心とする半径1の円 C がある。いま，点A$(-4,\ 0)$ を通り，傾きが正の直線 ℓ_1 が C に接する点をPとする。また，点B$(2,\ 0)$ を通り，傾きが負の直線 ℓ_2 が点Qで C に接している。このとき，

$$\cos\angle\mathrm{POQ} = \frac{\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}-1}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。また，ℓ_1 と ℓ_2 の交点をRとするとき，三角形OPRの外接円の直径は $3\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}-\sqrt{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

$\boxed{2}$ (1) 定数 $\alpha<\beta$ に対して，$\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)^2dx = \frac{1}{\boxed{\text{フヘ}}}(\beta-\alpha)^{\boxed{\text{ホ}}}$ が成立している。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}(x-a\sin x)^2dx$ の値を最小にする a の値は $\boxed{\text{マ}}$ である。

(3) 正の定数 a に対して，関数 $y=f(x)$ は $0\leqq x\leqq a$ の範囲で正の値を取るものとする。このとき，等式

$$\int_0^a f(x)dx - \frac{3}{\int_0^a f(x)dx} = 2$$

を満たす a の値は $f(x)=x+\dfrac{1}{2}$ に対して $\boxed{\text{ミ}}$ となり，$f(x)=e^x$ に対して $a=\log_e\boxed{\text{ム}}$ となる。

(4) 3次関数 $y=f(x)$ は $x=-1$ で極大値12をとり，$x=1$ で極小値4をとる。このとき，

$$f(x)=\boxed{\text{メ}}x^3-\boxed{\text{モ}}x+\boxed{\text{ヤ}}$$

である。