

# 数 学

## 平 成 22 年 度

### 入 学 試 験 問 題

受 番	驗 号
-----	-----

#### 1. 注意事項

- (1) 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- (2) この問題冊子は 16 ページあります。  
試験中に、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、手を挙げて、監督者に知らせなさい。
- (3) 問題冊子のどのページも切り離してはいけません。
- (4) 問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
- (5) 解答用紙には、氏名、受験番号の記入欄および受験番号のマーク欄があるので、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
- (6) 計算機能をもつ時計、計算器具などの使用は禁止します。使用している場合は不正行為とみなします。
- (7) 試験終了後、解答用紙はもちろん、問題冊子も持ち帰ってはいけません。

#### 2. 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙にも記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。またマークシート左下に記載してある「注意事項」も読んでおきなさい。

- (1) 問題は **1** , **2** , **3** の 3 問あります。
- (2) 各問題文中的 **ア** , **イウ** などの **□** には、数値または符号 (+, -) が入ります。これらを次の方法で、解答用紙の指定欄に、解答しなさい。

裏表紙につづく

解答を始めるまえに、つぎの解答上の注意のつづきを読みなさい。

解答上の注意のつづき

(i) 分数の形の解答枠に、整数の解答をしたいときは、分母が 1 の分数の

形になるように答えなさい。たとえば、 $\frac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユ}}$  の解答枠に 2 と答えたいときは、 $\frac{2}{1}$  と答えなさい。

(ii) 解答枠  $\boxed{\quad}$  に、解答枠のけた数より少ないけた数の整数を解答したいときは、数字が右づめで、その前を 0 でうめるような形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{ヨワ}$  の解答枠に 2 と答えたいときは、02 と答えなさい。ヨの 0 をマークしないままにしておくと、間違いになります！

(解答上の注意終)

1

三角形 OAB において、辺 AB を 3 : 2 に内分する点を M とする。点 M を通る直線が、辺 OA 上の点 P で交わり、かつ、辺 OB の B の側に延長した半直線と点 Q で交わるとする。ただし、点 P は点 O とも点 A とも異なるとする。

(1)  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OP} = p\vec{a}$  ( $0 < p < 1$ ),  
 $\overrightarrow{OQ} = q\vec{b}$  ( $1 < q$ )

とおく。

(i)  $\overrightarrow{OM}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表すと

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \vec{a} + \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}} \vec{b}$$

となる。

(ii)  $p$ ,  $q$  の関係式は

$$\boxed{オ} p + \boxed{カ} q = \boxed{キ} pq$$

となる。

(iii) 三角形 OPQ の面積が最小となるのは

$$p = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}, \quad q = \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$$

のときである。

(2)  $OA = 2$ ,  $OB = 1$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$  とする。

このとき  $\angle OMP = 90^\circ$  となるのは

$$OP = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セン}}}, \quad OQ = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

のときである。

2  $a > 0$  とし, 放物線

$$y = \frac{1}{a}x^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

と, 円

$$x^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = a^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

がある。

(1)  $p > 0$  とする。放物線 ① と円 ② が 2 点  $A(p, q)$ ,  $B(-p, q)$  で接

するとき,  $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  であり,  $p = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ ,  $q = -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$  と

なる。

また, 円 ② の中心を  $O$  とするとき,

$$\cos \angle AOB = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{ク}}} \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

となる。さらに, 円 ② の外部にあり, 放物線 ① と円 ② とで囲まれる部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} - \sqrt{3} \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{ス}}} \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi$$

となる。ここで,  $\boxed{\text{カ}}$  と  $\boxed{\text{サ}}$  は, それぞれ, 符号  $+$ ,  $-$  のいずれかである。

(2)  $p > 0$  とする。放物線 ① と円 ② が接点を持たず, かつ 2 点

$A(p, q)$ ,  $B(-p, q)$  のみで交わるのは  $a > \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  のときである。

また,

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{テ}}} \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{テ}}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。ここで,  $\boxed{\text{チ}}$  は, 符号  $+$ ,  $-$  のいずれかである。

計 算 用 紙

## 3

## 関数

$$f(x) = x^3 \sqrt{|1 - x^2|} \quad (x \geq 0)$$

を考える。

(1)  $f(x)$  は  $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$  で極大値  $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$  を  
とる。

(2) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $(p, f(p))$  (ただし  $p > 0, p \neq 1$ ) における接線のうち、原点を通る接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}} x$$

である。このときの接点の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} \right)$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ソ}} \neq 1$  とする。

(3)  $\int_0^{\sqrt{2}} f(x) dx = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$  である。

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙

### 解答上の注意のつづき

(i) ア, イ, ウ, …… の1つ1つは, それぞれ, 0 から 9 までの数字, または, +, - のいずれか 1つに対応します。それらを, ア, イ, ウ, … で示された解答欄にマークしなさい。

[例 1]  ア  イウ に -30 と答えたいときは,

ア	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ウ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

(ii) 分数の形の解答が求められているときは, 既約分数で, 分母が正の数になる形で答えなさい。

[例 2]  工 

オ
力

 に  $-\frac{5}{6}$  と答えたいときは,

工	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
オ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
力	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9