数　　学

平成21年度

入学試験問題

受験番号	

1. 注意事項

（1） 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

（2） この問題冊子は，16ページあります。

試験中に，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気づいた場合は，手を挙げて，監督者に知らせなさい。

（3） 解答用紙には，氏名，受験番号の記入欄，および，受験番号のマーク欄があるので，それぞれ，正しく記入し，マークしなさい。

（4） 問題冊子のどのページも，切り離してはいけません。

（5） 計算機能をもった時計や計算器具などを使用してはいけません。使用した場合は，不正行為とみなします。

（6） 試験終了後，解答用紙はもちろん，問題冊子も持ち帰ってはいけません。

2. 解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙にも記載してあるので，この問題冊子を裏返して，必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

（1） 問題は $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の3問あります。

（2） 問題の文中の $\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$ などの $\boxed{}$ には，数値または符号（＋，－）が入ります。これらを，つぎの方法で，解答用紙の指定欄に，解答しなさい。

裏表紙につづく

◇M2(403—11)

解答を始めるまえに，つぎの解答上の注意のつづきを読みなさい。

解答上の注意のつづき

（i） 分数の形の解答枠に，整数の解答をしたいときは，分母が 1 の分数の形になるように答えなさい。たとえば，$\dfrac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユ}}$ の解答枠に 2 と答えたいときは，$\dfrac{2}{1}$ と答えなさい。

（ii） 解答枠 $\boxed{}$ に，解答枠の けた数 より少ない けた数 の整数を解答したいときは，数字が右づめで，その前を 0 でうめるような形で答えなさい。たとえば，$\boxed{ヨワ}$ の解答枠に 2 と答えたいときは，0 2 と答えなさい。ヨの 0 をマークしないままにしておくと，間違いになります！

（解答上の注意終）

1 $a > 0$ とする。直線 $l_1 : y = ax$ に直交し，点 $(1 + a,\ 0)$ を通る直線を l_2 とする。

（1） 直線 l_2 は，a の値にかかわらず常に点 $\left(\boxed{ア},\ \boxed{イ}\right)$ を通る。

（2） 2 直線 l_1，l_2 の交点の座標を $(X,\ Y)$ とするとき，X，Y は

$$\boxed{ウ}\left(X - \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\right)^2 + \boxed{カ}\left(Y - \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\right)^2 = 1$$

を満たす。

（3） $a = \tan\theta$ とし，（2）で定めた X を $f(\theta)$ とする。このとき

$$f(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\boxed{ケ}\theta + \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi\right) + \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$$

が成り立つ。ここで，$0 < \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}} < 2$ である。

さらに $\frac{1}{12}\pi \leqq \theta \leqq \frac{5}{12}\pi$ の範囲において，$f(\theta)$は

$$\theta = \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\pi \text{ のとき最大値 } \frac{1}{\boxed{タ}}\left(1 + \sqrt{\boxed{チ}}\right)$$

をとり，

$$\theta = \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テト}}\pi \text{ のとき最小値 } \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\boxed{ヌ}}}\right)$$

をとる。

2 空間内に3点

A(0, 0, 1), B(2, 2, 1), C(2, 0, 2)

があり，3点 A, B, C を含む平面を α とする。平面 α において，3点 A, B, C を通る円を S とする。

(1) 円 S の中心を Q，半径を R とする。このとき

$$R^2 = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

であり，点 Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)$$

である。

(2) 点 D(2, 0, 1) から平面 α に下ろした垂線と平面 α との交点を H とする。このとき，点 H の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$$

であり，四面体 DABC の体積は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(3) 点 D, H は (2) で定まる点とし，点 P は円 S 上の点とする。点 P が円 S 上を動くとき，三角形 DHP の面積が最大となる点 P の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}, \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\right)$$

であり，そのときの面積は $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\sqrt{2}$ である。

(4)　$0 < a < 2$ とし，点 $(a,\ 0,\ 0)$ を通り x 軸に垂直な平面を β とする。線分 AB と平面 β の交点を E，線分 AC と平面 β の交点を F とする。

三角形 CEF の面積は $a = \dfrac{\boxed{ヒ}}{\boxed{フ}}$ のとき最大値 $\dfrac{\sqrt{\boxed{ヘ}}}{\boxed{ホ}}$

をとる。また，$a = \dfrac{1}{2}$ のとき，三角形 CEF の面積は

$\dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミム}}\sqrt{\boxed{メ}}$ となる。

$\boxed{3}$

(1)

$$\int e^x \cos^2 x\, dx = \left(\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} + \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}} \cos 2x + \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}} \sin 2x \right) e^x + C$$

である。ここで，C は積分定数である。

(2) 関数 $f(x)$ は等式

$$f(x) = \pi e^x + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \sin^2 t\, dt$$

を満たす関数とする。このとき，

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(t)\, dt = \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} \left(e^{\pi} - \boxed{コ} \right)$$

である。