

数学

(前期) 平成26年度入学試験 数学(問題用紙)

◎問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1 円 C_1 に内接する四角形 ABCD があり、2つの辺の長さが $AB = 1$, $BC = 2$ となっている。 $\angle ABC = \theta$ とおく。次の間に答えよ。

(1) $AC^2 = m + n \cos \theta$ と表すと $m = \boxed{\text{ア}}$, $n = \boxed{\text{イ}}$ である。ただし m, n は整数とする。

(2) 四角形 ABCD の残りの辺の長さが $CD = 2$, $DA = 4$ となっている。

このとき $\cos \theta = \boxed{\text{ウ}}$, $AC = \boxed{\text{エ}}$ である。

また円 C_1 の半径は $\boxed{\text{オ}}$, 四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。

2 s を $0 < s < 1$ の範囲にある実数とする。 $\triangle ABC$ において辺 AC を 2:3 に内分する点を D, 辺 BC を $s:1-s$ に内分する点を E とする。また線分 BD と線分 AE の交点を F とする。次の間に答えよ。

(1) $\overrightarrow{AF} = k\overrightarrow{AE}$ とおく。 k を s を用いて表せ。

(2) $\triangle AFD$ の面積が $\triangle EFB$ の面積の2倍になるように s を定めよ。

(3) $AB = 3$, $AC = 2$, $\angle BAC = 60^\circ$ とする。 $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BC}$ となるように s を定めよ。

3 xy 平面上の点 P の x 座標, y 座標をそれぞれ P_x, P_y と書く。 P_x, P_y がともに整数であるような点 P を格子点という。次の間に答えよ。

(1) 原点 O と点 A(18, 12) を結ぶ線分 OA がある。線分 OA 上にある格子点の個数を求めよ。ただし両端 O, A も線分 OA 上の点とする。

(2) O, A と点 B(18, 0) を頂点とする $\triangle OAB$ の周または内部にある格子点の個数を求めよ。

(3) n を正の整数とする。2点 $C(n, 0)$, $D(0, n)$ を考える。格子点 P が $\triangle OCD$ の周または内部を動くとき P_x の総和を m_1 とおく。また $|P_x - P_y|$ の総和を n が偶数のとき m_2 , n が奇数のとき m_3 とする。 m_1, m_2, m_3 を n の式で表せ。ただし解答は $an^3 + bn^2 + cn + d$ のように n の次数について整理し、降べきの順(次数の高い順)に書くこと。