

数学

理工学部(生命科学科)・薬学部・医学部・生物理工学部・工学部

注 意

問題の文中の , などの には、特に指示のないかぎり、数値または符号(−)が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または−の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 に−8と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9

- (2) 分数形が解答で求められているときは、既約分数(それ以上約分できない分数)で答える。符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/>	5	6	7	8	9
オ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	<input checked="" type="radio"/>	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{キ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 分数形で根号を含む形で解答する場合、 $\frac{\text{ク} + \text{ケ} \sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

I (1) 正四面体のすべての辺の中点を頂点とする正多面体を P とする。 P の辺の数は であり、面の数は である。

(2) 座標平面上の 3 点 $A(-2, 1)$, $B(1, -2)$, $C(4, 3)$ を通る円の中心の座標は $\left(\frac{\text{エ}}{\text{オ}}, \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \right)$ であり、半径を r とするとき、 $r^2 = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$ である。

(3) a, b は $a < b$ を満たす定数とする。座標平面において、2 次関数 $y = ax^2 + b$ のグラフが点 $(1, 10)$ を通り、直線 $y = -8x$ と点 (c, d) で接するとき、

$$b = \text{サ}, \quad d = \text{シス}$$

である。

(4) 関数 $f(x)$ が等式

$$f(x) = x^2 + \int_1^2 (3x - t)f'(t) dt$$

を満たすとき、 $f(x) = x^2 - \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}x + \frac{\text{タチ}}{\text{ツテ}}$ である。

(5) $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$ を展開したとき、 x^3 の項の係数は であり、すべての項の係数の和は である。

II (1) $10 \leq n < 100$ を満たす自然数 n のうち、 $p < q$ を満たす2つの素数 p, q を用いて $n = p^2q$ と表すことのできるもの全体の集合を G とする。 G の要素 n のうちで、 $[\sqrt[3]{n}] = 3$ を満たすもの全体の集合を H とする。ただし、 $[x]$ は実数 x を超えない最大の整数を表す。

(i) G の要素の個数は である。

(ii) H の要素の個数は である。

(iii) H の要素のうちで最小の自然数を m とするとき、 m のすべての正の約数の和は である。

(2) さいころを3回投げ、出た目の数を順に a, b, c とする。このとき、原点を O とする座標平面において、点 $A(a, -a)$ と点 $B(b, c)$ をとる。

(i) $\triangle OAB$ の面積の最大値は である。

(ii) $\triangle OAB$ の面積が8となる確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ である。

(iii) $\triangle OAB$ が直角三角形となる確率は $\frac{\text{サシ}}{\text{スセ}}$ である。

III $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC = 1$ とする。辺 AC 上に点 D があり、 $\angle ABD = 36^\circ$ を満たすとする。 $AD = x$ とおく。

(1) $x + x^2 = \boxed{\text{ア}}$ であり、 $x = \frac{\boxed{\text{イウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。したがって、

$$\sin 18^\circ = \frac{\boxed{\text{カキ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad \cos 36^\circ = \frac{\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(2) $\triangle ABC$ の面積を S_1 , $\triangle BCD$ の面積を S_2 , $\triangle ABD$ の面積を S_3 とする。このとき、

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\boxed{\text{ス}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad \frac{S_1}{S_3} = \frac{\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(3) $\theta = 36^\circ$ とおく。このとき、

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 2\theta} = \boxed{\text{テ}}, \quad \tan^4 \theta + \tan^4 2\theta = \boxed{\text{トナ}}$$

である。