医学部 ［選抜・学士］～第１次試験～ 数学

※学士は設問【1】は必須、【2】又は【3】はどちらか選択

試験時間	80分

注意事項
1. 数学(選抜)の問題は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【２】，【３】は，解答の過程を必ず記すこと。

【1】 つぎの $\boxed{}$ にあてはまる答を下の解答欄に記せ。

(1) 関数 $f(x)=6\sin^2 x+2\cos x\cos 2x-7\cos x-6$ $(0\leqq x\leqq \pi)$ に対して，$t=\cos x$ とおき，$f(x)$ を t の式で表すと $f(x)=\boxed{(ア)}$ となる。$f(x)$ は，$x=\boxed{(イ)}$ のとき最大値 $\boxed{(ウ)}$ をとり，$x=\boxed{(エ)}$ のとき最小値 $\boxed{(オ)}$ をとる。

(2) 双曲線 $C:\dfrac{x^2}{3^2}-\dfrac{y^2}{2^2}=1$ 上の点 A$(5,\ a)$ が第１象限内の点のとき，$a=\boxed{(カ)}$ である。点 A における曲線 C の接線 l の方程式は $y=\boxed{(キ)}$ である。接線 l が C の漸近線 $y=\dfrac{2}{3}x$ と交わる点を P，もう１つの漸近線 $y=-\dfrac{2}{3}x$ と交わる点を Q とする。このとき，AP の長さは $\boxed{(ク)}$，$\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AQ}}$ の値は $\boxed{(ケ)}$ である。

(3) 赤，青，黄，緑のカードが２枚ずつ合計８枚ある。８枚のカードから４枚を取り出し，左から順に並べるとき，

(i) 並べたものに緑のカードがない確率は $\boxed{(コ)}$ である。

(ii) 並べたものが２色からなる確率は $\boxed{(サ)}$ である。

(iii) 並べたものが４色からなる確率は $\boxed{(シ)}$ である。

(iv) 同じ色のカードが隣り合わないように並ぶ確率は $\boxed{(ス)}$ である。

【2】 行列 A の表す１次変換は，直線 $2y=x$ 上のすべての点 $(x,\ y)$ を点 $(5x,\ 5y)$ に，直線 $y=-x$ 上のすべての点 $(x,\ y)$ を点 $(2x,\ 2y)$ に移す。

(1) 行列 A を求めよ。

答

(2) $P=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ とおくとき，$P^{-1}AP$ を求めよ。

答

(3) $\begin{pmatrix}p_1\\ q_1\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$ とおき，p_n，q_n $(n=2,\ 3,\ \cdots)$ を $\begin{pmatrix}p_n\\ q_n\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}p_{n-1}\\ q_{n-1}\end{pmatrix}$ で定める。p_n，q_n を n を用いて表せ。

答

(4) 原点 O と点 $(p_n,\ q_n)$ の距離を d_n とするとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{d_{n+1}}{d_n}$ を求めよ。

答

【3】 n は２以上の自然数とする。x の関数 $f(x)$ を $f(x)=\dfrac{d^n}{dx^n}(x^2-x)^n$ で定義する。

(1) $f(x)$ は何次の多項式になるか答えよ。また，$f(x)$ の最高次の項の係数を求めよ。

答

(2) m が n より小さい自然数のとき，$\dfrac{d^m}{dx^m}(x^2-x)^n$ は $(x^2-x)^{n-m}$ と m 次の多項式の積で表されることを示せ。

(3) 多項式 $g(x)$ に対して，$\displaystyle\int_0^1 f(x)g(x)\,dx=(-1)^n\int_0^1 (x^2-x)^n g^{(n)}(x)\,dx$ となることを示せ。ただし，$g^{(n)}(x)$ は $g(x)$ の第 n 次導関数である。

(4) $n=4$ とする。$g(x)=2x^5-5x^4$ のとき，$\displaystyle\int_0^1 f(x)g(x)\,dx$ の値を求めよ。

答