

I 以下の問に答えよ。

- (1) 誘電率 ϵ_0 (F/m) の真空中で、2本の長さの等しい糸の先にそれぞれ質量 m (kg) の小球を付けて1点から吊りさげ、それぞれの小球に同符号の電荷 q_1 (C) と q_2 (C) を与えると、2球間の距離が r (m)、2本の糸のなす角度が 2θ (rad) となって静止した。2つの電荷の間には大きさ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ (N) の反発力が働く。重力加速度を g (m/s²) として、 $\tan \theta$ の値を ϵ_0 , m , g , q_1 , q_2 , r のうち必要な記号を用いて表せ。
- (2) スライドガラス上に置かれた極小の試料を顕微鏡で観察する。今、試料に焦点を合わせ、その上にカバーガラスを乗せると、試料に焦点を合わせるためにレンズを a (m) だけ上げなければならなかった。そして、さらに b (m) だけレンズを上げるとカバーガラスの上に付いた小さなゴミに焦点が合った。カバーガラスの屈折率はいくらか。なお、この観察における光の入射角と屈折角は非常に小さいものとする。
- (3) 無風状態で、直径1mmの雨粒(弱い雨)の終端速度は約6.2m/sであることが知られている。電車が駅に近づき減速を始めたとき、窓の外を眺めていたら、雨粒は鉛直方向から45°傾いて降っているように見えた。ちょうど2分後にもう一度確かめたら、30°になっていた。このときの電車の速さは時速何kmであったか、また、同じ割合で減速を続けるとしたら、このあと何分後に停車することになるか。いずれも有効数字2桁で答えよ。ただし、 $\sin 30^\circ = 0.500$, $\cos 30^\circ = 0.866$, $\tan 30^\circ = 0.577$ とせよ。
- (4) 図1および図2の回路のそれぞれのコンデンサーに蓄積された電気量[C]を求めよ。
 なお、回路中の抵抗の値はすべて R (Ω)、コンデンサーの電気容量はすべて C (F) とし、AB間の電圧は V_0 (V) とする。

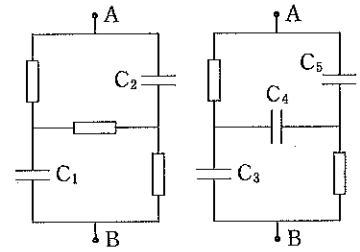
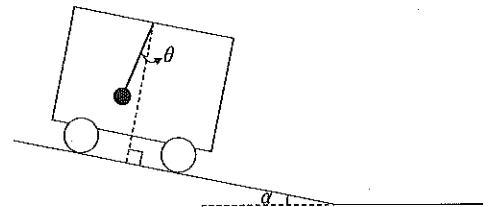


図1

図2

- II 右図のように、ゆるやかな一定の勾配 α (rad) のなめらかな斜面上を、質量 M (kg) の台車が重力によって下っている。台車の天井からは、質量 m (kg) の小球が長さ L (m) の軽い糸で吊り下げられている。斜面への垂線と糸のなす角度を θ (rad) (時計回りが正) とする。小球を $\theta = \beta$ ($0 < \beta < \alpha$) で静止させておき、そっと離すと小球は小さく単振動を始めた。 M が m より十分に大きいとき、以下の問に答えよ。ただし、小球の運動は、鉛直線と台車の進行方向で定まる平面内に限られ、摩擦力や空気抵抗は無視し、重力加速度は g (m/s²) とする。



- (1) 台車の加速度の大きさ a (m/s²) を求めよ。
- (2) 小球の単振動の周期 T (s) を、 α を含む式で答えよ。
- (3) 台車内からみて、小球の速さが最大になるとき、糸にかかる張力 S (N) を、 α , β を含む式で答えよ。
- (4) 単振動をしている小球の位置が $\theta = 0$ または $\theta = \beta$ の時に、糸をすばやく切った。台車内から観測したとき、小球はその後どのような運動をするか、以下の {a ~ f} からそれぞれ選べ。
 [a. 台車床面への垂線に沿って落下する。 b. 台車床面への垂線と α の角度をなす直線に沿って落下する。
 c. 台車床面への垂線と β の角度をなす直線に沿って落下する。 d. 放物線を描いて落下する。
 e. その位置で静止する。 f. 台車床面に対して平行に進む。]

台車は斜面を下りきって水平面上に移動し、等速度 V (m/s) で走行した。小球を $\theta = \beta$ で静止させてから、そっと離して、小球をもう一度小さく単振動させた。その後も、台車は等速度 V を維持して走行した。

- (5) 小球の単振動の周期を T' (s) とすると、 T' は T の何倍か、 α を含む式で答えよ。
- (6) 糸の長さを L' (m) にして、台車を一定の加速度 a (1)と同じ大きさ) で加速させた。小球を $\theta = \beta$ で静止させてから、そっと離して、小球を小さく単振動させたところ、小球の単振動の周期 T'' (s) は、 T と等しくなった。 L' は L の何倍か、 α を含む式で答えよ。

III 断面積 $S(\text{m}^2)$ 、深さ $H(\text{m})$ のふたのない円筒形の缶があり、その質量は $M(\text{kg})$ である。大気圧力は $P_0(\text{Pa})$ 、温度は $T_0(\text{K})$ 、水の密度は $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$ 、重力加速度を $g(\text{m}/\text{s}^2)$ として、以下の()には S, M, g, ρ, H, P_0 、又()には S, M, g, ρ, H, P_0 と x, y, z から必要な記号を用いた式を記入せよ。なお、缶の側面及び底面の厚さは薄いため、缶自体に対する浮力はないものとする。

(1) 缶の底を上にして、中の空気ももれないように水の上に浮かべた(図1)。缶の最下部から缶の外の水面までの距離を $x(\text{m})$ 、缶の中の水面までの距離を $y(\text{m})$ 、缶の中の空気の圧力を $P_1(\text{Pa})$ とする。缶が静止していることから、 $P_1 S = Mg +$ (①), 空気ももれていないことから、 $P_0 S H = P_1 S \times$ (②), さらに缶の中の水面の高さで缶の内と外とで圧力が等しいことから、 $P_0 + \rho \times$ (③) $\times g = P_1$ 、の3式が成り立つ。これらの式から、 $P_1 = P_0 +$ (④), $y = \frac{H}{1 +}$ (⑤), $x = \frac{H}{1 +}$ (⑤) + (⑥) となる。缶の底面が水中に沈まないためには、 $M \leq \frac{P_0 S}{g} \times \frac{\sqrt{1 +}$ (⑦) $- 1}{2}$ でなければならない。

(2) 缶の中に閉じこめられている空気の温度を T_0 から $T(\text{K})$ に上昇させると、缶の中の水面が缶の最下部まで下がり、中の空気ももれる寸前になった(図2)。このときの缶の最下部から水面までの距離を $z(\text{m})$ 、缶の中の空気の圧力を $P_2(\text{Pa})$ とする。缶が静止していることから、 $P_2 S = Mg +$ (⑧), 缶の最下部の深さでの缶の内外の圧力が等しいことから、 $P_2 = P_0 + \rho g \times$ (⑨) が成り立つ。この2式から、 $P_2 = P_0 +$ (⑩), $z =$ (⑪) となる。これらから、缶の中の空気の温度は、 $T = (1 +$ (⑫) $) \times T_0$ であることがわかる。

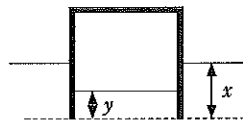


図1

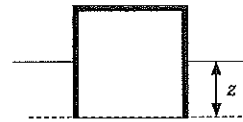
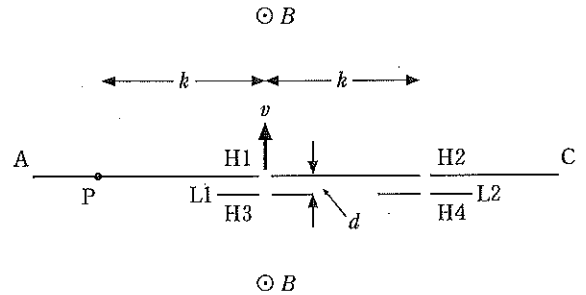


図2

IV 図のように、距離 $k(\text{m})$ 隔ててあけられた2つの小さな穴 H_1, H_2 をもつ金属平板 AC がある。A 端に近い穴は H_1 、C 端に近い穴は H_2 である。さらに、 AC より小さな2枚の金属平板 L_1, L_2 があり、それぞれにも小さな穴が一つずつあけられている (H_3, H_4)。金属板 L_1, L_2 は、小さな距離 $d(\text{m})$ を隔てて、それぞれ金属板 AC に平行に、また、 H_1 と H_3 を結ぶ直線および H_2 と H_4 を結ぶ直線が金属板 AC に垂直になるように配置されている (d は k よりはるかに小さい)。金属板 AC は紙面に垂直に、4つの穴はい



ずれも紙面と平行な同一平面上にくるように配置され、磁束密度 $B(\text{T})$ の一様な磁場のある真空中に置かれている。磁場は、紙面に垂直で、紙面の裏から表を向いている。また、 L_1, L_2 には、 AC に対して、それぞれ電位 $V_1(\text{V})$ と $V_2(\text{V})$ が与えられている。ただし、電場は金属板 AC と L_1 の間および AC と L_2 の間に限られ、その領域には磁場は存在しないものとする。

(1) 次の文中の()の中の①と③には正しいと思われるものの記号を、②には語句を、④には式を記入せよ。

金属板 AC と L_1 の間の電場中に、質量 $m(\text{kg})$ 、電荷 $q(\text{C})$ のイオンを H_3 から静かに導入した。イオンが H_1 を通過できるのは、(① : a. $qV_1 > 0$, b. $qV_1 < 0$) のときである。 H_1 を通過したイオンは、磁場中で(②)運動をして、 H_1 から離れた金属板 AC 上の点に衝突する。

イオンが H_1 を通過して磁場中を運動したのち H_2 に到達したとすれば、このイオンの電荷は(③ : a. $q > 0$, b. $q < 0$) であり、イオンが H_1 を通過したときの速さ $v(\text{m}/\text{s})$ は、磁束密度 B を用いて $v =$ (④) と表される。

(2) H_2 を通過した(1)のイオンは、金属板 AC と L_2 の間にある電場によって、 H_2 へ押し戻されることがある。電位 V_2 がどのような範囲にあるときこのようなことが起こるか。また、 H_2 へ押し戻されたイオンは、その後どのような運動をするのかを、簡潔に記せ。

(3) イオンの比電荷 $\frac{q}{m}(\text{C}/\text{kg})$ を、 V_1, k, B の中から適切な記号を用いて表せ。

(4) (1)のイオンが H_1 を通過したのち H_2 に到達するまでにかかる時間 $T_1(\text{s})$ を、 V_1, k, B の中から適切な記号を用いて表せ。

(5) 電位 V_2 がある値 $V_3(\text{V})$ のとき、(1)のイオンは H_2 と H_4 を通り抜けたのち、 H_2 から距離 $2k$ 、 H_1 から距離 k にある点 P で金属板 AC に衝突した。 V_3 を、 V_1 を用いて表せ。(d は k よりはるかに小さいので無視できるものとして考えよ。)

(6) (5)のイオンが H_4 を通過したのち点 P に到達するまでにかかる時間 $T_2(\text{s})$ を、 T_1 を用いて表せ。