平成23年度
一般入学試験問題

後期

埼玉医科大学　医学部

埼玉医科大学

平成23年度一般入学試験問題

後期入学試験

数　学

注意 1：$\boxed{1}$，$\boxed{2}$ のように枠の中に入った数字はマークシート中の解答番号を表す。各枠には数字 0 ～ 9 のいずれかがあてはまるので，解答番号の該当する数字をマークすること。例えば問題中に $\boxed{1}\boxed{2}$ とあり，38 と答えたいときは，解答番号 1 に 3，解答番号 2 に 8 をマークすること。

注意 2：分数形で解答する場合は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えること。

注意 3：根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。

$\boxed{1}$ 次の問い（問 1 ～ 4）の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問 1　3 次方程式

$$x^3 - 3x^2 - \boxed{1}\boxed{2}x - \boxed{3}\boxed{4} = 0$$

の 1 つの解が $x = -2 + 3i$ のとき，実数解は $x = \boxed{5}$ である。

問 2　2 つの直線 $x + 4y + 6 = 0$ と $2x - y - 3 = 0$ の交点を通る直線を考える。

(1)　直線 $3x + 2y + 1 = 0$ に平行な直線の方程式は，$\boxed{6}x + \boxed{7}y + \boxed{8} = 0$ である。

(2)　直線 $3x + 2y + 1 = 0$ に垂直な直線の方程式は，$\boxed{9}x - \boxed{10}y - \boxed{11}\boxed{12} = 0$ である。

（問題 $\boxed{1}$ は次ページに続く）

問 3　方程式

$$2^{3x+1} - x\,2^{3x} + 5x\,2^{2x} - 2^{x+2} + x\,2^{x+1} - 10(2^{2x} + x - 2) = 0$$

の解を小さい順に並べると，$x = \dfrac{\boxed{13}}{\boxed{14}}$，$\boxed{15}$，$\log_2 \boxed{16}$ である。

問 4　次の和を求めると

$$\sum_{k=0}^{79} k \sin\frac{k\pi}{4} = -\boxed{17}\,\boxed{18}\left(\sqrt{\boxed{19}} + \boxed{20}\right)$$

である。

2 xyz 空間に点 A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, z) がある。$z>0$ とする。AB の中点を D, △ABC の外心を P, 原点を O とする。また, 点 A, B, C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表す。外心は CD 上にあるので, $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OD}+t\overrightarrow{DC}$ を満たす t ($0 \leqq t \leqq 1$) が存在する。次の問い(問1～3)の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問 1 $\overrightarrow{AP}$ を位置ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ と t で表すと

$$\overrightarrow{AP}=-\left(\frac{\boxed{21}}{\boxed{22}}+\frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}t\right)\vec{a}+\left(\frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}-\frac{\boxed{27}}{\boxed{28}}t\right)\vec{b}+\boxed{29}\,t\vec{c}$$

である。

問 2 P が外心であることから

$$t=\frac{\boxed{30}\,z^2}{\boxed{31}+\boxed{32}\,z^2}$$

である。

問 3 OP^2 を z で表すと

$$OP^2=\frac{\boxed{33}+\boxed{34}\,z^4}{\boxed{35}+\boxed{36}\,z^2}$$

である。

3 a を $0 < a \leqq 1$ の定数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 12x(x-a)(x-1)$$

とする。また，曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を $S(a)$ とする。次の問い（問 1 ～ 3）の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問 1　$S(a)$ を a で表すと

$$S(a) = -\boxed{37}\,a^4 + \boxed{38}\,a^3 + \boxed{39}\,a^2 - \boxed{40}\,a + \boxed{41}$$

である。

問 2　$S(a)$ を a で微分すると

$$\frac{dS(a)}{da} = -2\left(\boxed{42}\,a - \boxed{43}\right)\left(\boxed{44}\,a^2 - \boxed{45}\,a - \boxed{46}\right)$$

である。

問 3　$S(a)$ は $a = \dfrac{\boxed{47}}{\boxed{48}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{49}}{\boxed{50}}$ をとる。

4 数字の1が書かれたカードが3枚，2が書かれたカードが2枚，3が書かれたカードが1枚ある。この中から無作為に取り出した3枚のカードに書かれた数字の合計を得点とする。次の問い(問1～3)の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問 1　得点が3になる確率は，$\dfrac{\boxed{51}}{\boxed{52}\boxed{53}}$ である。

問 2　得点が偶数になる確率は，$\dfrac{\boxed{54}}{\boxed{55}}$ である。

問 3　得点の期待値は，$\boxed{56}$ である。