

前期

数学問題

注意 1: 1, 2 のように枠の中に入った数字はマークシート中の解答番号を表す。各枠には数字 0 ~ 9 のいずれかが当てはまるので、該当する数字を解答欄にマークすること。例えば問題中に 1 2 とあり、38 と答えたいとき、解答番号 1 に 3, 解答番号 2 に 8 をマークすること。

注意 2: 分数形で解答する場合は既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。

注意 3: 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

1 以下の各間に答えなさい。

問 1 $y = \log \sqrt{1 - 3x}$ の逆関数は次のうち、 1 である。ただし、 \log は自然対数である。

- ① $y = \log \frac{1 - x^2}{3}$ ② $y = e^{\frac{1-x^2}{3}}$ ③ $y = \frac{1 - e^{x^2}}{3}$ ④ $y = \frac{1 - e^{2x}}{3}$
⑤ $y = \frac{(1 - e^x)^2}{3}$ ⑥ $y = \left(1 - \frac{e^x}{3}\right)^2$ ⑦ $y = \left(\frac{1 - e^x}{3}\right)^2$

問 2 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{a\sqrt{x+4} - b} = 2$ のとき、 $a = \boxed{2}$, $b = \boxed{3}$ である。

(問題 1 は次ページに続く)

問 3 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{1}{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とすると

$$\tan(\alpha + 2\beta) = \frac{\boxed{4} \quad \boxed{5} \quad \sqrt{\boxed{6}} - \boxed{7} \quad \boxed{8}}{\boxed{9} \quad \boxed{10}}$$

である。

問 4 第 n 項が

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{2n-1}{n^2-2n+2} \right)$$

である数列において,

$$a_1 a_2 \cdots a_{10} = \frac{\boxed{11} \quad \boxed{12} \quad \boxed{13}}{\boxed{14} \quad \boxed{15}}$$

である。

- 2 平面上に一辺の長さが 1 である正三角形 AOB と $\vec{OC} = -\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB}$ を満たす点 C がある。点 A, B を通る直線を l とする。以下の各間に答えなさい。

問 1 C から l へおろした垂線を CH とすると、

$$\vec{OH} = -\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}\vec{OA} + \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}}\vec{OB}$$

である。

問 2 l に関して C と対称な点を C' とすると、

$$\vec{OC'} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}}\vec{OA} + \boxed{22}\vec{OB}$$

である。

問 3 l 上に動点 P をとる。OP + CP は

$$\vec{OP} = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}\vec{OA} + \frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}\vec{OB}$$

のとき、最小値 $\sqrt{\boxed{27}} + \boxed{28} + \boxed{29}$ をとる。

30

3 関数 $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 2}$ について以下の各間に答えなさい。

問 1 この関数は $x = \boxed{31}$ で最小値 $\boxed{32}$ をとる。

問 2 この関数は $x = \boxed{33}$ で最大値 $\boxed{34}$ をとる。

問 3 この関数のグラフと x 軸、 y 軸で囲まれる部分の面積は $\boxed{35}$ である。

4 袋の中に赤玉と白玉がそれぞれ5個ずつ入っている。この中からまずAが無作為に3個取り出し、次にBが残りから無作為に4個を取り出すとする。以下の確率を求めなさい。

問1 A, B それぞれが取り出す赤玉の数が同数になる確率は $\frac{36}{38} \quad \frac{37}{39}$ である。

問2 Bが赤玉を3個以上取り出す確率は $\frac{40}{42} \quad \frac{41}{43}$ である。