

産業医科大学

平成27年度入学試験問題（一般入試）

数 学

注 意

1. 問題冊子は6ページ、解答紙は3枚である。問題冊子は、指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に、試験監督者の指示にしたがって、すべての解答紙それぞれ2ヶ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら、問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は、黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し、すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後、監督者の指示に従って、解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は、問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

産業医科大学

問題訂正

1ページ

問題 1

設問(6) 2行目

誤: 球に書かれている数の差の絶対値の期待値は

正: 球に書かれている数の差の絶対値が 50 以上になる確率は

1 空欄にあてはまる適切な数, 式, 記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) $x > 0, y > 0, z > 0$ のとき, $\frac{9xyz}{x^2y + 18y^2z + 12z^2x}$ の最大値は である。

(2) 自然数 n と虚数単位 i に対して, $z_n = \frac{i}{\sqrt{3}} \left\{ \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \right)^n - \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^n \right\}$ とする。このとき z_{100} の値は であり, $\sum_{k=1}^{100} z_k = z_1 + z_2 + \dots + z_{100}$ の値は である。

(3) 数列の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{3n-3}$ の値は である。

(4) 数列の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+3)}$ の値は である。

(5) 一辺の長さが 1 の正八面体に内接する球の体積は であり, 外接する球の表面積は である。

(6) 箱の中に 1 から 100 までの自然数を 1 つずつ書いた 100 個の同じ大きさの球が入っている。それから 2 個の球を取り出したとき, 球に書かれている数の差の絶対値の期待値は である。

2

放物線 $C: y = x^2 - ax$ (a は定数) 上の 2 点 P, Q における接線で点 $A(0, -9)$ を通るものをそれぞれ l, m とする。ただし、点 P の x 座標の方が点 Q の x 座標より大きいとする。次の問いに答えなさい。

(1) 放物線 C と接線 l, m とで囲まれる図形の面積を求めなさい。

(2) $\angle PAQ$ が 45° となるように a の値を定めなさい。

3 x と y が連立方程式

$$\begin{cases} \sin x + \cos x + \sin y + \cos y = a \\ \sin x - \cos x - \sin y + \cos y = b \end{cases}$$

を満たしている。次の問いに答えなさい。ただし、 $0 \leq x \leq 2\pi$, $0 \leq y \leq 2\pi$ とする。

- (1) $\sin(x+y)$ を a , b で表しなさい。
- (2) $b = 0$ かつ $a \neq 0$ のとき $\sin x + \cos x$ を a で表しなさい。
- (3) $a = 0$, $b = 2\sqrt{2}$ のとき、この連立方程式を解きなさい。