

# 聖マリアンナ医科大学 一般

平成26年度

9時00分～10時30分

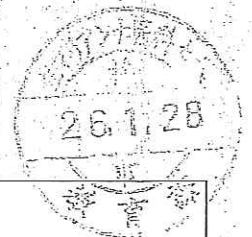
## 数 学

問題用紙 1 ～ 2 頁

解答用紙 1 ～ 3 頁

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図 [チャイム] があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図 [チャイム] があるまで、この問題の印刷されている冊子を開かないこと。
3. 試験開始の合図 [チャイム] の後に問題用紙ならびに解答用紙の定められた位置に受験番号、氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
5. 解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
6. 質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。
7. 問題に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。
8. 試験開始後60分以内および試験終了前10分間は、退場を認めない。
9. 試験終了の合図 [チャイム] があつたとき、ただちに筆記用具を置くこと。
10. 試験終了の合図 [チャイム] の後は、問題用紙および解答用紙はすべて本表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題用紙の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
11. その他、監督者の指示に従うこと。
12. 解答用紙の余白および裏面については計算に利用してもよい。



受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1 以下の設問 [1] ~ [3] の ① ~ ④ に答えなさい。

[1]  $a$  を 1 より大きな実数,  $e$  を自然対数の底とし,  $f(x) = a^x \log_e a$  とする。  
このとき, 曲線  $y = f(x)$ , 直線  $x = 10$ ,  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた部分の  
面積  $S$  を  $a$  を用いた式で表すと,  
 $S =$  ① となる。

[2]  $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$  (ただし,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) のとき,  $\sin^4 x - \cos^4 x$  の値を  
求めると ② となる。

[3] 数列  $\{a_n\}$  を初項 2, 公差 7 の等差数列, 数列  $\{b_n\}$  を初項 1, 公比 2 の  
等比数列とし, 数列  $\{c_n\}$  の第  $n$  項を  $c_n = a_n b_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) と定義する。  
数列  $\{c_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を  $n$  を用いた式で表すと,  
 $S_n =$  ③ となる。  
また,  $S_n = 133132$  となるのは  $n =$  ④ のときである。

2  $a, b, c, d$  を実数とし, 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  とする。また, 行列  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする。

以下の設問 [1], [2] の ① ~ ⑭ に適切な数値を答えなさい。

[1]  $a = 3$  かつ  $A^2 = \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$  のとき,  $b =$  ①,  $c =$  ②,  $d =$  ③ である。

このとき,  $A^2$  を  $A$  と  $E$  を用いて表すと,

$$A^2 = \text{④} A + \text{⑤} E$$

と表すことができる。また,

$$A^5 = \text{⑥} A + \text{⑦} E = \begin{pmatrix} \text{⑧} & \text{⑨} \\ \text{⑩} & \text{⑪} \end{pmatrix}$$

である。

[2]  $A$  が  $A^2 = 3A - 2E$  を満たすとき,  $a + d$  の値は ⑫, または ⑬, または ⑭  
である。



3 曲線  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) と、正の定数  $m$  がある。

このとき、以下の問いに答えなさい。

- [1] 傾きが  $m$  となる  $C$  の接線を 2 本求めなさい。
- [2] 直線  $y = mx$  と  $C$  の交点の座標を  $P$  および  $Q$  とするとき、 $P, Q$  それぞれの座標を求めなさい。ただし、 $P$  の  $x$  座標は正の値とする。
- [3] 上問 [1] で求めた 2 本の接線および、上問 [2] の点  $P, Q$  それぞれにおける  $C$  の接線とで囲まれた図形の面積を求めなさい。

4  $a, b$  は 1 と異なる正の実数で、 $ab \neq 1, \frac{a}{b} \neq 1$  を満たすものとする。

不等式  $\log_{ab} a < \log_{\frac{a}{b}} ab \dots\dots (1)$

について、以下の問いに答えなさい。

[1]  $X = \log_a b$  とおくとき、(1) を  $X$  についての不等式で表すと、

$$\frac{\text{①}}{(1+X)(1-X)} < 0$$

となる。① にあてはまる適切な式を求めなさい。

[2] 不等式 (1) を満たす点  $(a, b)$  の存在する領域を、解答用紙にある座標平面上に図示しなさい。

