

平成20年度

9時00分～10時30分

数 学

問 題 用 紙 1 ～ 2 頁
解 答 用 紙 1 ～ 3 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図 [チャイム] があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図 [チャイム] があるまで、この問題の印刷されている冊子を開かないこと。
3. 試験開始の合図 [チャイム] の後に問題用紙ならびに解答用紙の定められた位置に受験番号、氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。
5. 解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
6. 質問は文字に不鮮明なものがあるときにかぎり許される。
7. 問題に、落丁、乱丁の箇所があるときは手をあげて交換を求めること。
8. 試験開始後60分以内および試験終了前10分間は、退場を認めない。
9. 試験終了の合図 [チャイム] があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
10. 試験終了の合図 [チャイム] の後は、問題用紙および解答用紙はすべて本表紙を上にして、机の上に左側から問題用紙、解答用紙の順に並べて置くこと。
いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
11. その他、監督者の指示に従うこと。
12. 解答用紙の最後に【メモ用紙】があるので、計算等に利用する。



受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1 ベクトル \vec{a} , \vec{b} は $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{a} - \vec{b}| \leq 1$ を満たしている。このとき、以下の設問に答えなさい。ただし、 $|\vec{a}|$ はベクトル \vec{a} の大きさである。

\vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とすると、 $\boxed{\text{①}} \leq \cos \theta \leq \boxed{\text{②}}$ である。したがって、 $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲のみで考えると、 θ の値のとりうる範囲は $\boxed{\text{③}} \leq \theta \leq \boxed{\text{④}}$ となる。

2 e を自然対数の底として、以下の設問に答えなさい。

[1] 関数 $f(x)$ が $f(x) = 1 - \int_0^x e^{-t} dt$ と与えられるとき、

$\log_e(f(1)) = \boxed{\text{①}}$, $f(\log_e 2) = \boxed{\text{②}}$ である。

[2] n を自然数として、 $b_n = \log_e(2n-1) + \log_e(2n+1)$ と定義する。上問[1]の $f(x)$ を用いて、数列の第 n 項 a_n が $a_n = f(b_n)$ と与えられると、

$a_n = \boxed{\text{③}}$ となる。

[3] 上問[2]による数列 $\{a_n\}$ において、初項から第 n 項までの和を S_n とおくと、

$S_n = \boxed{\text{④}}$ となり、

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \boxed{\text{⑤}}$



3 a, b を実数として、2つの行列 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & 5 \\ -2 & a \end{pmatrix}$ がある。このとき、以下の

設問[1]および[2]に答えなさい。

[1] 以下の①から⑧に該当する数値を答えなさい。

$$AB = \begin{pmatrix} x & 56 \\ y & 47 \end{pmatrix} \text{ であるとするとき、 } x = \text{①}, y = \text{②},$$

さらに、

$$A+B = \begin{pmatrix} \text{③} & \text{④} \\ \text{⑤} & \text{⑥} \end{pmatrix}, A-B = \begin{pmatrix} \text{⑦} & \text{⑧} \\ \text{⑨} & \text{⑩} \end{pmatrix} \text{ である。}$$

$$\text{また、} (A-B)^2 = \begin{pmatrix} \text{⑪} & \text{⑫} \\ \text{⑬} & \text{⑭} \end{pmatrix}, (A-B)^3 = \begin{pmatrix} \text{⑮} & \text{⑯} \\ \text{⑰} & \text{⑱} \end{pmatrix} \text{ である。}$$

[2] n が自然数のとき、上問[1]の A, B について、 $(A-B)^n$ を求めて解答欄に記入しなさい。

4 曲線 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ と、曲線 $C_2: y = -mx^2 + k (m > \frac{b}{2a^2}, k > b)$ を考える。

C_1 と C_2 が異なる2点 P, Q のみを共有点とし、かつ、2点 P, Q でそれぞれ共通の接線をもつものとする。このとき、以下の設問に答えなさい。

[1] k を a, b および m を用いて表すと、 $k = \text{①}$ となる。なお、

解答用紙には計算の過程も含めて記載しなさい。

[2] 原点を O とし、三角形 OPQ の面積を S とする。 S を a, b および m を用いて表すと、

$S = \text{②}$ となる。

[3] 上問の面積 S を m の関数と考えて $S = f(m)$ と表すとき、 $f(m)$ の最大値と、最大値を与える m の値を求めなさい。なお、解答欄には計算の過程も含めて記載しなさい。

