

昭和大学 一般
平成23年度 入学試験問題
医学部 (I期)
英語・数学

注意事項

1. 試験時間 平成23年1月28日, 午前9時30分から12時まで
2. 配付した試験問題(冊子), 解答用紙の種類はつぎのとおりです。
 - (1) 試験問題(冊子, 左折り)(表紙・下書き用紙付)
 - 英語(その1, その2)
 - 数学(その1, その2)
 - (2) 解答用紙
 - 英語(その1) 1枚(上端黄色)(右肩落し)
 - ” (その2) 1枚(上端黄色)(左肩落し)
 - 数学(その1) 1枚(上端茶色)(右肩落し)
 - ” (その2) 1枚(上端茶色)(左肩落し)
3. 下書きが下書き用紙で足りなかったときは, 試験問題(冊子)の余白を使用して下さい。
4. 試験開始2時間以後からは退場を許可します。但し, 試験終了10分前以降の退場は許可しません。
5. 受験中にやむなく外出(手洗い等)を望むものは挙手し, 監督者の指示に従って下さい。
6. 退場の際は, この試験問題(冊子)を一番上にのせ, 挙手し監督者の許可を得てから, 試験問題(冊子), 受験票および所持品携行の上退場して下さい。
7. 休憩のための退場は認めません。
8. 試験終了のチャイムが鳴ったら, 直ちに筆記をやめ, おもてのまま上から解答用紙[英語(その1), 英語(その2), 数学(その1), 数学(その2)], 試験問題(冊子)の順にそろえて確認して下さい。確認が終っても, 指示があるまでは席を立たないで下さい。
9. 試験問題(冊子)はお持ち帰り下さい。
10. 監督者退場後, 試験場で昼食をとることは差支えありません。ゴミ入れは場外に設置してあります。
11. 午後の集合は1時15分です。

数 学 (その1)

1 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 箱の中に1から n までの番号のついた n 枚のカードが入っている。この中から2枚のカードを同時に取り出し、カードに書かれた数のうち最大のものを X とする。ただし、 n は $n \geq 2$ を満たす正の整数とする。また、カードはすべて同形かつ同じ重さとする。

(1-1) k は $2 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 $X \leq k$ となる確率 $P(X \leq k)$ を求めよ。

(1-2) k は $2 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 $X = k$ となる確率 $P(X = k)$ を求めよ。

(1-3) X の期待値を求めよ。

(2) 四角形OABCは $OA = OB = 1$, $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle OBC = 90^\circ$ を満たしている。 $BC = t$

($t > 0$)とおく。また、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。

(2-1) 内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。

(2-2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ を t を用いて表せ。

(2-3) ベクトル \vec{c} を実数 x, y により $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ と書くとき、 x, y を t を用いて表せ。

(2-4) 線分ACとOBの交点が線分ACの midpointとなるような t の値を求めよ。

2 a, b は $a + b, ab$ がともに整数となるような実数であり, しかも $a + b$ は奇数, ab は偶数である。次の各問に答えよ。

- (1) $a^2 + b^2$ は整数であり, しかも奇数であることを示せ。
- (2) $a^3 + b^3$ は整数であり, しかも奇数であることを示せ。
- (3) 任意の自然数 n について, $a^n + b^n$ は整数であり, しかも奇数であることを示せ。
- (4) このような実数 a, b で, いずれも整数ではないような例を示せ。

数 学 (その 2)

3 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 不等式 $\log_8(1-x) + \log_{64}(x+2) \geq \log_4 x$ を解け。

(2) $\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{10}{3}$ ($0 < x \leq \frac{\pi}{4}$) のとき、 $\sin x + \cos x$ の値を求めよ。

(3) 行列 $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-b & b \end{pmatrix}$ で表される移動によって、直線 $y = 3x$ 上の点 $(t, 3t)$ が実数 t の値にかかわらずつねに直線 $y = 3x$ 上の点に移るための、 a, b の条件を求めよ。

(4) 2次正方行列 A はその逆行列 A^{-1} と一致し、 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ を満たしている。 A を求めよ。

4 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 2つの放物線 $C_1: y = x^2 - 2x + 3$, $C_2: y = x^2 + 2x - 1$ について、次の問に答えよ。

(1-1) 放物線 C_1 と C_2 に共通な接線の方程式を求めよ。

(1-2) 放物線 C_1 , C_2 , および(1-1)で求めた接線で囲まれた部分の面積を求めよ。

(2) 次の問に答えよ。

(2-1) $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$ の値を求めよ。

(2-2) $\int_0^{\pi} x \sin x \, dx$ の値を求めよ。

(2-3) $I = \int_{-\pi}^{\pi} (x + 1 + k \sin x)^2 \, dx$ を最小にする実数 k の値を求めよ。

(2-4) (2-3)の I の最小値を求めよ。