昭和大學
医学部

平成22年度　入学試験問題

医　学　部　(Ⅱ期)

英　語・数　学

注　意　事　項

1. 試験時間　平成22年3月6日，午前9時30分から12時まで
2. 配付した試験問題(冊子)，解答用紙の種類はつぎのとおりです。

(1) 試験問題(冊子，左折り)(表紙・下書き用紙付)

英　語

数　学(その1，その2)

(2) 解答用紙

英　語　　　　　1枚(上端黄色)(右肩落し)

数　学(その1)　1枚(上端茶色)(右肩落し)

〃　(その2)　1枚(上端茶色)(左肩落し)

3. 下書きが下書き用紙で足りなかったときは，試験問題(冊子)の余白を使用して下さい。
4. 試験開始2時間以後からは退場を許可します。但し，試験終了10分前以降の退場は許可しません。
5. 受験中にやむなく外出(手洗い等)を望むものは挙手し，監督者の指示に従って下さい。
6. 退場の際は，この試験問題(冊子)を一番上にのせ，挙手し監督者の許可を得てから，試験問題(冊子)，受験票および所持品携行の上退場して下さい。
7. 休憩のための退場は認めません。
8. 試験終了のチャイムが鳴ったら，直ちに筆記をやめ，おもてのまま上から試験問題(冊子)，解答用紙〔英語，数学(その1)，数学(その2)〕の順にそろえて確認して下さい。確認が終っても，指示があるまでは席を立たないで下さい。
9. 試験問題(冊子)はお持ち帰り下さい。
10. 監督者退場後，試験場で昼食をとることは差支えありません。ゴミ入れは場外に設置してあります。
11. 午後の集合は1時15分です。

数　学（その１）

1 次の各問に答えよ。ただし，答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 5個の数字1，2，3，4，5を用いて各位の数字がすべて異なる5桁の整数を作り，それらすべてを小さいものから順に並べる。

(1-1) 23415は何番目の数か。

(1-2) 80番目の数を求めよ。

(2) 三角形OABにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$|\vec{a}|=a$，$|\vec{b}|=b$とおく。また，辺ABの中点をM，∠AOBの2等分線と辺ABの交点をNとする。

(2-1) ベクトル$\overrightarrow{ON}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

(2-2) 直線OM上に点Pをとり，直線APとONが垂直に交わるようにする。このとき，ベクトル$\overrightarrow{PN}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

(3) nは$n \geqq 2$を満たす整数とする。また，xの関数$f(x)=\dfrac{(\log x)^n}{x^2}\ (x>0)$の極大値を$a_n$とする。ただし，$\log x$は自然対数を表す。

(3-1) a_nを求めよ。

(3-2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{na_n}$を求めよ。

(4) 母線の長さが1の円錐がある。底面の円の半径をxとする。

(4-1) この円錐に内接する球の半径をxの式で表せ。

(4-2) この円錐に内接する球の体積を最大にするxの値を求めよ。

2 関数$f(x)=x^2-2$を用いて，数列$\{x_n\}$ $(n \geqq 1)$を次のように定める。まず$x_1=2$とする。
x_2, x_3, …は次の規則で順次定めていく。以下の問に答えよ。

規則：「点$(x_n,\ f(x_n))$における$y=f(x)$の接線がx軸と交わる点を$(x_{n+1},\ 0)$とおく。」

(1) x_{n+1}をx_nを用いて表せ。

(2) すべてのnについて$x_n>\sqrt{2}$が成り立つことを証明せよ。

(3) すべてのnについて，$x_n>x_{n+1}$が成り立つことを証明せよ。

(4) すべてのnについて，$x_{n+1}-\sqrt{2}<\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}(x_n-\sqrt{2})$が成り立つことを証明せよ。

(5) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}x_n$の値を求めよ。

数　学（その２）

3 次の各問に答えよ。ただし，答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 黒札と白札が多数入っている赤い箱と青い箱がある。箱の中から無作為に札を1枚引くとき，それが黒札である確率は，赤い箱では $p\,(0 \leqq p \leqq 1)$，青い箱では $\frac{1}{10}p$ である。引いた札が黒札の場合は1000円を支払うが，白札の場合はお金を支払う必要はない。また，青い箱から札を引くときは1回につき180円支払うが，赤い箱から札を引くことに対してはお金を支払う必要はない。以下の問に答えよ。

(1-1) 青い箱から札を1枚引くとする。支払い金額の期待値を求めよ。

(1-2) 札を1枚引くとき，青い箱から引いたほうが，赤い箱から引くよりも，支払い金額の期待値が小さくなるのは，p の値がどのような範囲にあるときか。その範囲を求めよ。

(2) 次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{x^2 - 2x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}\,dx$$

(3) $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ のとき，関数 $y = \sqrt{3}\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{4}$ 『　　』内の文章を読み，以下の問(1)〜(5)に答えよ。ただし，答は結果のみを解答欄に記入せよ。

『xy 平面上に円 A と放物線 $B : y = x^2$ がある。A の半径を $2\sqrt{5}$，その中心を Q(Q_x, Q_y)，Q から x 軸におろした垂線の足を R とする。A の中心 Q は時間経過に伴い放物線 B 上を移動する。時刻 $t = 0$ において点 Q は原点にあり，その後時刻 t においては $Q_x = t$ である。また，座標平面の第1，第2，第3および第4象限に含まれる円 A の内部の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 および S_4 とする。』

(1) 点 Q の速度の大きさを時刻 t の式として表せ。

(2) 初めて $S_3 = 0$ となる時刻における，点 Q の y 座標 Q_y の値を求めよ。

(3) $t = \sqrt{5}$ のとき，$S_2 + S_3$ の値を求めよ。

(4) $S_2 \neq 0$ かつ $S_2 = S_4$ となる時刻を求めよ。

(5) 点 Q の速度の大きさが点 R の速度の大きさの 2 倍になるとき，Q の座標を求めよ。