

平成 20 年度入学試験問題  
(Ⅱ期)

# 数 学

## 注 意 事 項

1. 解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。
2. この問題用紙および下書き用紙は解答用紙と共に机上に残すこと。

## (その1)

1 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 次の等式が成り立つ三角形 ABC はどのような形の三角形か。

$$2 \cos A \sin B = \sin B + \sin C - \sin A$$

(2)  $\left(1 - 2x + \frac{3}{x^2}\right)^4$  の展開式における定数項を求めよ。

(3) 不等式  $\log_3(5-x) + \log_9(x-1) \leq 1$  を解け。

(4)  $\int_0^a |x^2 - 4| dx = 4a$  を満たす定数  $a$  の値を求めよ。ただし、 $a > 0$  とする。

(5) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + kn^2}}$  を求めよ。

2 以下の各問に答えよ。ただし、 $\log$  は自然対数とする。

(1)  $n$  は正の整数とする。  $0 < x < 1$  のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$\log \frac{1+x}{1-x} > 2 \left( x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} \right) > (1-x^{2n}) \log \frac{1+x}{1-x}$$

(2) 次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\log 2 = 2 \left( \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 3^3} + \frac{1}{5 \times 3^5} + \frac{1}{7 \times 3^7} + \cdots \right)$$

# 数 学

## 注 意 事 項

1. 解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。
2. この問題用紙および下書き用紙は解答用紙と共に机上に残すこと。

## (その2)

3  $xy$  平面上に円  $A : x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) がある。  $A$  の半径  $r$  は時間とともに変化する正の数で、時刻を  $t$  で表すとき、  $0 < t < 1$  の範囲で関係式  $r = a\sqrt{t}$  ( $a$  は正の定数) に従い変わるものとする。また、点  $P(0, a)$  を通り円  $A$  に接する直線のうち、負の傾きをもつものを  $l$  とする。直線  $l$  と円  $A$  の接点を  $R$ 、その座標を  $(x_R, y_R)$  とする。また、  $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$ 、その  $x$  座標を  $x_Q$  とする。

時刻は  $0 < t < 1$  の範囲のみを考えるものとする。以下の問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) 時刻  $t = 0.5$  における  $x_Q$  の値を求めよ。
- (2) 時刻  $t$  における  $x_R$ 、  $y_R$ 、  $x_Q$  を求めよ。
- (3)  $x_R$  が最大になるのはいつか。そのときの  $t$  の値、および  $x_R$  の値を求めよ。
- (4) 点  $Q$  は時刻  $t$  に応じて  $x$  軸上を移動する。その移動速度を  $t$  を用いて表せ。
- (5)  $0 < t < 1$  の範囲において、点  $Q$  の移動速度が最小となるときの  $t$  の値を求めよ。

4 AとBの2人がじゃんけんを行う。Bの手の出し方はどの回も一定で、グー、チョキ、パーを出す確率はそれぞれ $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ である。これに対するAの手の出し方として、I:「グー、チョキ、パーを等しく $\frac{1}{3}$ の確率で出す」、II:「必ずグーを出す」の2つの出し方を考える。また、Aはグーで勝つと5点、チョキで勝つと3点、パーで勝つと8点を獲得するものとする。しかし、引き分けと負けの場合は獲得点は0点とする。

いま、AとBは1回じゃんけんをすとし、AはIの出し方をするものとする。次の問(1)、(2)に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) Aが勝つ確率を求めよ。

(2) Aの獲得する得点の期待値を求めよ。

次に、AとBはじゃんけんを5回繰り返すとする。この場合、Aは各回のじゃんけんによる獲得点に加えて、それとは別に、5回のうち3回以上勝つと18点の追加点を獲得するものとする。次の問(3)～(5)に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(3) Aは5回ともIIの出し方をするものとする。Aが3回以上勝つ確率を求めよ。

(4) (3)のとき、Aが獲得する得点の期待値を求めよ。

(5) 5回ともIの出し方をするのと、5回ともIIの出し方をするのを比べると、Aの獲得点の期待値が大きいのはどちらか。判断の理由をつけて答えよ。