数　　学

(医　学　部)

— 2月7日 —

09TB2

次の空欄を埋めなさい.

解答は，分数の場合には既約分数の形で書きなさい.

1 (1) $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\beta<\frac{\pi}{2}$，$0<\gamma<\frac{\pi}{2}$ とする. $\tan\alpha=\frac{1}{3}$，$\tan\beta=\frac{1}{2}$，$\tan\gamma=7$ であるとき，$\tan(\alpha+\beta+\gamma)=\boxed{\text{ア}}$，$\sin(\alpha+\beta+\gamma)=\boxed{\text{イ}}$ である.

(2) 次の空欄に適することばが，「必要十分条件である」場合は解答欄に1を，「必要条件であるが十分条件ではない」場合は解答欄に2を，「十分条件であるが必要条件ではない」場合は解答欄に3を，「必要条件でも十分条件でもない」場合は解答欄に4を記入しなさい.

(i) $x=2$ かつ $y=-1$ であることは，$(x-2)(y+1)=0$ であるための $\boxed{\text{ウ}}$.

(ii) x，y を実数とする. $x=2$ かつ $y=-1$ であることは，$(x-2)^2+(y+1)^2=0$ であるための $\boxed{\text{エ}}$.

(iii) △ABC が二等辺三角形であることは，△ABC が直角二等辺三角形であるための $\boxed{\text{オ}}$.

(3) 数列 $\{a_n\}$ が漸化式

$$a_n=\begin{cases}1 & (n=1\text{のとき})\\ \dfrac{4}{4-a_{n-1}} & (n>1\text{のとき})\end{cases}$$

によって定められるとき，この数列の一般項 a_n を求めたい.

$$a_n=2\left(1-\frac{1}{b_n}\right)\text{とおくと，}$$

数列 $\{b_n\}$ は漸化式

$$b_n=\begin{cases}2 & (n=1\text{のとき})\\ \boxed{\text{カ}} & (n>1\text{のとき})\end{cases}$$

をみたす. したがって $b_n=\boxed{\text{キ}}$ となり，$a_n=\boxed{\text{ク}}$ を得る.

2 関数 $f(x)=x^3+px^2+qx+r$（p，q，r は定数）が，次の条件①②③をみたすとする.

① $x=\alpha$，$x=\beta$（$\alpha<\beta$）で，$f(x)$ は極値をとる.

② 2点 $(\alpha,\ f(\alpha))$ と $(\beta,\ f(\beta))$ は原点に関して対称である.

③ $f(\alpha)-f(\beta)=32$.

このとき，$p=\boxed{\text{ア}}$，$q=\boxed{\text{イ}}$，$r=\boxed{\text{ウ}}$，$\alpha=\boxed{\text{エ}}$，$\beta=\boxed{\text{オ}}$ で，$f(x)$ の極大値は $\boxed{\text{カ}}$ である.

曲線 $y=f(x)$ と x 軸との交点のうち x 座標が正である点における接線の方程式は $y=\boxed{\text{キ}}$ である.

3 放物線$y=\frac{1}{2}x^2$と直線$y=a(a>0)$で囲まれた図形をy軸の回りに回転してできる立体を容器と考える．このとき，x軸は水平面上にあり，y軸は水平面に垂直とする．

(1) この容器に水面の高さh（$0<h<a$）まで水を入れたとき，水の体積Vおよび水面の面積Sをhを用いて表すと，$V=$ $\boxed{\text{ア}}$ ，$S=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) この容器を空にした状態から始めて，毎秒体積vの水を注ぐ．ただし，vは定数である．以下の値をvとaを用いて表せ．水面の高さが$\frac{a}{2}$に達するのは $\boxed{\text{ウ}}$ 秒後であり，そのときの水面の半径は $\boxed{\text{エ}}$ ，高さhの増加する速さは毎秒 $\boxed{\text{オ}}$ ，半径の増加する速さは毎秒 $\boxed{\text{カ}}$ である．